

Magnetotransportuntersuchungen an zweidimensionalen Systemen im ballistischen Regime



Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
der naturwissenschaftlichen Fakultät II - Physik
der Universität Regensburg

vorgelegt von
Tobias Feil
aus Regensburg

Mai 2008

Promotionsgesuch eingereicht am: 27.05.2008

Die Arbeit wurde angeleitet von Prof. Dr. Dieter Weiss

Prüfungsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Klaus Richter

Erstgutachter: Prof. Dr. Dieter Weiss

Zweitgutachter: Prof. Dr. Christian Schüller

Weiterer Prüfer: Prof. Dr. Sergej Ganichev

Datum des Promotionskolloquiums: 18.09.2008

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
1 Einführung	7
2 Zweidimensionale Elektronensysteme	10
2.1 Realisierung eines GaAs 2DES	11
2.2 Energiespektrum und Zustandsdichte	13
2.3 Streumechanismen und Streuzeiten	14
2.4 Landauquantisierung im Magnetfeld	16
2.5 Magnetotransport im Drudebild	18
3 Transporttheorie nach Landauer-Büttiker	21
3.1 Transversale Moden	22
3.2 Kontaktwiderstand	24
3.3 Leitfähigkeit durch Transmission: Landauerformel	26
3.4 Erweiterung auf viele Kontakte: Büttikerformel	28
3.5 Der Quanten Halleffekt	30
4 Charakterisierung von Mikrohallbars	35
4.1 Strukturierung von Standard Hallbars	36
4.2 Strukturierung der Einengungen	38
4.3 Magnetotransportmessungen	41
4.4 Bestimmung der Materialparameter	44
4.5 Transversales Fokussierungsexperiment	47
4.6 Trajektorien bei transversaler Fokussierung	51
5 Neuartige Fokussierungsozillationen	54
5.1 Oszillationen im Längswiderstand von Mikrohallbars	55
5.2 Grundlegende Eigenschaften der Oszillationen	58
5.3 Temperaturabhängigkeit	61
5.4 Einfluss von Hallbarbreite und Kontaktbreite	65

6	Simulationsrechnungen	69
6.1	Landauer-Büttiker im rein ballistischen Fall	70
6.2	Abkehr vom rein ballistischen Regime	73
6.3	Simulationsergebnisse	75
7	Modulierte ballistische Systeme	79
7.1	Phänomenologische Beschreibung	80
7.2	Überblick zur Theorie 1D-modulierter 2DES	82
7.3	In-situ interferometrische Interferenz	84
7.4	Querstreifen Modulation	86
7.5	Längsstreifen Modulation	90
8	Zusammenfassung	94
	Anhang A: Wafermaterialien	97
	Anhang B: Prozessparameter	98
	Anhang C: Formelsammlung	100
	Anhang D: Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen	103
	Literaturverzeichnis	107
	Danksagung	114

Vorwort

Ein Frühlingstag wie jeder andere auch. Die Sonne strahlt vom beinahe wolkenlosen Himmel. Eine kühle Brise streicht von Westen her übers Land. Bis zum Horizont erstreckt sich die endlose Steppe - kein Berg, kein Hügel, kein Baum, kein Busch. Aus welchem Grunde sollte es auch nur einen Menschen hierher verschlagen in diese gottlose verlassene Weite im Westen Kasachstans?

Es ist der 12. April 1961, ein Mittwoch vormittag. Gleich einem Monument, geschaffen für die Ewigkeit, unverrückbar steht sie da, 36 Meter in den Himmel aufragend. Sanfte weiße Dampfschwaden von überkochendem Flüssigsauerstoff lösen sich von der mächtigen Wostok Rakete und kreuseln sich lustig im Wind. Von einem blechern tönenden Lautsprecher erklingen die letzten Kommandos auf Russisch vom diensthabenden Offizier über das Kosmodrom Baikonur. Welche Kraft sollte in der Lage sein, dieses 300 Tonnen schwere Monstrum auch nur eine Hand breit zu verrücken?

Plötzlich ein helles Zischen. Dicker weißer Dampf quillt nach allen Seiten aus den Niederungen des Starttisches hervor. Nach ein paar Sekunden wird das Zischen zum Fauchen, dann ein gewaltiger Donner, helles Leuchten dringt durch den Dampf, bevor dunkle Rauchwolken die Sicht verhüllen. Die 32 Brennkammern der ersten und zweiten Stufe haben gezündet. Das Fauchen wird zum Brüllen als die Treibstoff-Turbopumpen der fünf gebündelten Raketenblöcke auf 100% Leistung gefahren werden. Ohrenbetäubender Lärm breitet sich aus, gewaltige Bodenvibrationen versetzen die Fundamente der kleinen in mehr als einem Kilometer Abstand befindlichen Zuschauertribüne in gefährliche Schwingungen.

Dann schwenken die letzten Haltemasten von der Rakete zurück und geben das atemberaubendste Fahrzeug frei, welches Menschen jemals konstruiert hatten, und das sich jetzt mit der unvorstellbaren Leistung von 20 Millionen Pferdestärken in den Himmel stemmt. Erst hebt sie sich nur ganz gemächlich um ein paar Zentimeter. Die empfindliche Sensorik an den kardanischen Kreisel in ihrem Inneren registriert jede auch noch so kleine Abweichung von der vorausberechneten Bewegungsrichtung. Die Hydraulikpumpen zur Schwenkung der zwölf Steuerdüsen halten die Wostok peinlich genau im Gleichgewicht, während die Haupttriebwerke mit roher Gewalt gegen die Erdanziehung anzukämpfen beginnen und die Rakete schließlich mit unfassbarer Beschleunigung den Blicken nach oben entfliehen lassen.

Auf einem 50 Meter langen Flammenschweif reitend trägt die Wostok den 27-jährigen Oberleutnant der sowjetischen Luftstreitkräfte Juri Alexejewitsch Gagarin in die Erdumlaufbahn und weiter in die Geschichtsbücher [1].

Leider ist es nur sehr wenigen Menschen vergönnt, derartigen Sternstunden der Wissenschafts- und Technikgeschichte beiwohnen zu dürfen. Doch wie viele hunderttausende Forscher hatten über Jahrzehnte hinweg ihren wenn auch noch so kleinen Beitrag geleistet, um den uralten Traum der Menschheit wahr werden zu lassen, den Planeten zu verlassen, auf dem sie geboren wurde!

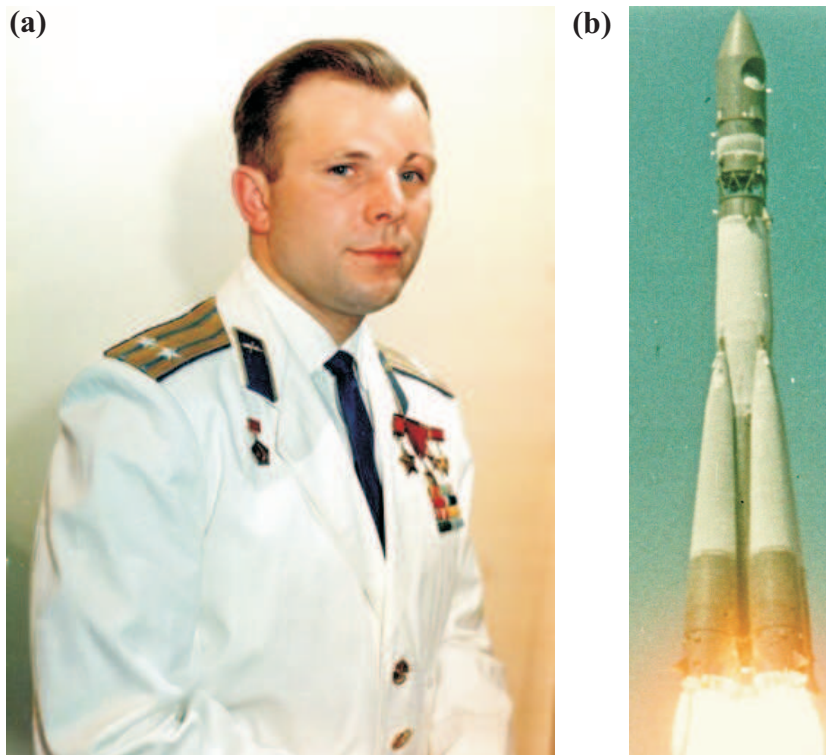


Abbildung 1: (a) Juri Alexejewitsch Gagarin, am 9. März 1934 in Kluschino, Gebiet Smolensk, als Sohn eines Zimmermannes geboren, wurde durch seinen Flug in den Kosmos zum Sinnbild des Beginns einer neuen Ära. Tragischerweise verunglückte er am 27. März 1968 bei einem Flugzeugabsturz. Aus [2]. (b) Start der Mission Wostok 1 auf dem Weltraumbahnhof Baikonur in Kasachstan am 12. April 1961. Aus [3].

Kapitel 1

Einführung

Aus gutem Grunde ist wissenschaftliche Arbeit nur selten so zielgerichtet auf eine zu erreichende Vision hin orientiert, wie beispielsweise einem Menschen die Reise in das All zu ermöglichen. Langfristig lohnenswerter erweist es sich im Allgemeinen, das Hauptaugenmerk auf Grundlagenforschung zu richten, auch wenn man dabei im übertragenen Sinne den motivierenden Kerosingeruch des Raketentreibstoffs zunächst aus der Nase verliert.

Ein breites Gebiet der Grundlagenforschung in der Festkörperphysik erstreckt sich auf die Eigenschaften von zweidimensionalen leitfähigen Systemen, sogenannten 2D-Elektronensystemen (2DES). Mit der Entdeckung und Deutung des Quanten Halleffekts 1980 durch den 1985 dafür mit dem Nobelpreis geehrten Klaus von Klitzing [4] wurde auf diesem Gebiet ein weites Feld eröffnet, auf dem sich auch bald 30 Jahre später immer noch eine Fülle neuer Entdeckungen und Erkenntnisse ernten lassen.

Bei den Untersuchungen des von einem senkrechten äußeren Magnetfeld abhängigen elektrischen Widerstandes eines 2DES offenbarte sich eine Vielfalt an interessanten Effekten, von denen für die vorliegende Arbeit die Entdeckung der Kommenurabilitätsoszillationen 1988 durch Dieter Weiss [5] von besonderer Bedeutung ist. Hierbei wird dem 2DES ein periodisch alternierendes streifenartiges Potenzial aufgeprägt. Solche Potenziallandschaften mit Periodizitäten im Submikrometerbereich führen zu einer räumlichen Variation der Ladungsträgerdichte im 2DES. Der Einfluss einer derartigen Dichtemodulation auf das Transportverhalten der Ladungsträger bewirkt schließlich Oszillationen im messbaren elektrischen Widerstand, die periodisch auf der inversen Magnetfeldskala sind.

Auf sehr ähnliche Art und Weise periodisch oszillierende Widerstände wurden später in Experimenten gefunden, bei denen das 2DES anhaltender Mikrowellenstrahlung ausgesetzt wurde. Diese Experimente gipfelten 2002 in einer Entdeckung von Ramesh Mani [6], wonach in bestimmten Fällen die gefundenen Widerstandsoszillationen so stark ausgeprägt sind, dass ihre Minima bis auf den Wert Null Ohm zurückgehen! Die Nachricht von widerstandslosem Stromfluss schlug hohe Wellen. Effekte von verschwindendem elektrischen Widerstand, wie beispielsweise die

Hochtemperatur-Supraleitung, brauchen kein jahrzehntelanges Labordasein fristen, nur um lediglich einigen Experten vertraut zu sein und irgendwann wieder in einer staubigen Ecke der Fachliteratur zu verschwinden, sondern sind sogar der breiten Öffentlichkeit ein Begriff und werden in populären Medien diskutiert.

Beide Effekte, die dichtemodulationsbedingten Kommensurabilitätsoszillationen, wie die mikrowelleninduzierten Oszillationen, sind vom Wesen her grundsätzlich vergleichbar. Man kann sogar so weit gehen, die mikrowelleninduzierten Oszillationen als Kommensurabilitätsoszillationen zu beschreiben, die auf eine zunächst hypothetische Dichtemodulation zurückgehen, mit einer gewissen effektiven Modulationsperiode, die von der Frequenz der Mikrowellen, sowie der Masse der Ladungsträger abhängt.

Sollten beide Effekte tatsächlich auf einen gemeinsamen zugrundeliegenden Mechanismus zurückzuführen sein, wie könnte dann das Bindeglied dazwischen aussehen? Einen Hinweis darauf liefern die Untersuchungen von Kukushkin [7]. Demnach ist es möglich, durch Einstrahlung von Mikrowellen stehende Oberflächenwellen (sog. surface acoustic waves, SAW) in dem Halbleiterkristall anzuregen, der das 2DES typischerweise etwa 100 nm unter seiner Oberfläche enthält. Diese Oberflächenwellen können über piezoelektrische Felder im Halbleiterkristall auf direktem oder indirektem Wege an das 2DES ankoppeln und eine Dichtemodulation erzeugen.

Dennoch bleibt ein gravierender Unterschied zwischen den beiden Effekten von Weiss und Mani. Sollte es bei den Kommensurabilitätsoszillationen nicht auch möglich sein, Zustände mit widerstandslosem Stromfluss zu realisieren, wie bei den mikrowelleninduzierten Oszillationen? Bislang wurde etwas derartiges nicht gefunden. Es drängt sich die Frage auf, woran das liegen mag. Bei genauerem Hinsehen fällt auf, dass für die Mikrowellenexperimente 2DES von außergewöhnlich hoher Qualität verwendet wurden. Die Qualität eines 2DES bestimmt sich hauptsächlich aus seiner Beweglichkeit. Sie ist ein Maß dafür, welche Strecke ein Elektron darin im Mittel zurücklegen kann, bis es sich einem Streuprozess ausgesetzt findet. Diese Strecke bezeichnet man auch als mittlere freie Weglänge. Wird diese freie Weglänge nun so groß, dass sie vergleichbar mit den äußeren Abmessungen des Probenstücks ist, so spricht man von ballistischem Regime. Verschwindender elektrischer Widerstand wurde von Mani ausschließlich im ballistischen Regime festgestellt.

Ziel dieser Arbeit soll es demnach sein, Kommensurabilitätsexperimente auf das ballistische Regime auszudehnen. Dazu sollen neueste hochbewegliche 2D-Elektronensysteme basierend auf Galliumarsenid-Aluminiumgalliumarsenid Heterostrukturen aus dem Regensburger Labor von Werner Wegscheider mit der ursprünglichen von Dieter Weiss etablierten Methode zur Aufprägung periodischer Modulationspotenziale mittels in-situ interferometrischer Belichtung kombiniert werden. Auf dem Weg dahin stellt sich zunächst jedoch die Frage nach den grundsätzlichen Eigenschaften derart hochbeweglichen Probenmaterials bei magnetfeldabhängigen Transportmessungen. Es zeigt sich, dass hier bereits eine Reihe neuer Erkenntnisse zu gewinnen ist, die hohe Aufmerksamkeit verdient und deshalb auch einen angemessenen breiten Raum in dieser Arbeit einnimmt.

Nach einer Einführung in die wichtigsten Grundtatsachen zweidimensionaler leitfähiger Systeme mit einem Schwerpunkt bei den Besonderheiten von extrem hochbeweglichen Materialien in Kapitel 2, widmet sich Kapitel 3 der zur Beschreibung ballistischer Transportphänomene unerlässlichen Landauer-Büttiker Transporttheorie und bietet auf diesem Wege auch eine konsistente Erklärung des Quantenhalleffekts. In Kapitel 4 werden die strukturierten Halbleiterproben vorgestellt und ihre grundlegenden Eigenschaften anhand einfacher Messungen erläutert. Die überraschenden Erkenntnisse, welche bei den weiteren Magnetotransportuntersuchungen an den hochbeweglichen Materialien gewonnen wurden, präsentiert Kapitel 5. Ergänzt werden diese in Kapitel 6 durch die überblicksmäßige Darstellung von begleitenden Simulationsrechnungen, welche am Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation in Göttingen in der Gruppe um Ragnar Fleischmann durchgeführt wurden. Kapitel 7 stellt schließlich erste weitergehende Untersuchungen an modulierten ballistischen Systemen vor. Kapitel 8 fasst alle wichtigen Ergebnisse noch einmal zusammen.

Kapitel 2

Zweidimensionale Elektronensysteme

Heutzutage existiert eine Vielzahl an zweidimensionalen leitfähigen Systemen. Bereits seit den 1960er Jahren werden spezielle Feldeffekttransistoren, sog. MOSFETs (metal oxide semiconductor field effect transistor), untersucht und finden seitdem in der Elektrotechnik breite Anwendungen. Beim handelsüblichen MOSFET bildet sich eine zweidimensional leitfähige Schicht an der Grenzfläche zwischen dotiertem Silizium und einer dünnen Siliziumdioxidschicht aus. Die Beweglichkeit der Ladungsträger ist dabei nicht besonders hoch. Der Sprung zu höherwertigeren 2DES gelang durch die gezielte Verwendung von kombinierten binären oder trinären Halbleiterverbindungen und deren Herstellung mittels MBE (Molekularstrahlepitaxie) [8]. Neben II-VI Verbindungen aus Elementen der zweiten und sechsten Hauptgruppe, wie Cadmiumtellurid CdTe oder Zinkselenid ZnSe spielen hier vor allem die III-V Verbindungen wie Galliumarsenid GaAs, Aluminiumarsenid AlAs oder Indiumarsenid InAs eine wichtige Rolle. Neuerdings entdeckt die Wissenschaft auch den reinen Kohlenstoff in Form von Graphen (Graphit Monolagen) als 2DES mit sehr interessanten Besonderheiten. Gleichzeitig gewinnen neben den 2DES auch die zweidimensionalen Lochsysteme (2DHS) mehr und mehr an Bedeutung. Sie unterscheiden sich von Ersteren oft nur durch eine andere Art der verwendeten Dotieratome. Bei einem 2DHS übernehmen nicht Elektronen sondern Elektronenfehlstellen, sog. Löcher, den Ladungstransport. Das Graphen eröffnet sogar die Möglichkeit, mittels angelegter Gatespannungen die gewünschte Sorte von Ladungsträger in-situ festzulegen und zu verändern. Im Hinblick auf Experimente im ballistischen Regime interessieren uns hier jedoch nur auf GaAs basierende Systeme, da mit diesen die bislang höchsten Beweglichkeiten erzielt wurden.

Die wichtigsten Grundlagen von GaAs 2DES sollen im Folgenden zusammengefasst werden. Eine darüberhinausgehende umfassende Dokumentation vielfältigster Eigenschaften zweidimensionaler Systeme findet sich bei Ando [9]. Eine sehr gute Einführung bietet dagegen beispielsweise Datta [10].

2.1 Realisierung eines GaAs 2DES

Von einem zweidimensionalen Elektronensystem in einem Festkörper spricht man dann, wenn die Energie der Elektronen in einer der drei Raumrichtungen quantisiert ist. Dies lässt sich im einfachsten Fall durch eine Einschränkung der Bewegungsfreiheit der Elektronen in der betreffenden Richtung in der Größenordnung ihrer Fermiwellenlänge λ_F erreichen. Dies ist die de-Broglie-Wellenlänge eines Elektrons mit der effektiven Masse m^* , welches sich mit der Fermigeschwindigkeit v_F fortbewegt:

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = \frac{h}{m^*v_F} \quad (2.1)$$

k_F heißt entsprechend Fermiwellenvektor. In der Praxis erreicht man die Einschränkung der Bewegung durch Erzeugung eines Potenzialtopfs, welcher durch Kombination zweier Halbleitermaterialien mit unterschiedlichen Energielücken realisiert wird. Moderne Molekularstrahlepitaxie Anlagen erlauben das atomlagengenaue Wachsen von Halbleiterkristallen. Der Aufbau eines GaAs Kristalls ist in der Abbildung 2.1 gezeigt.

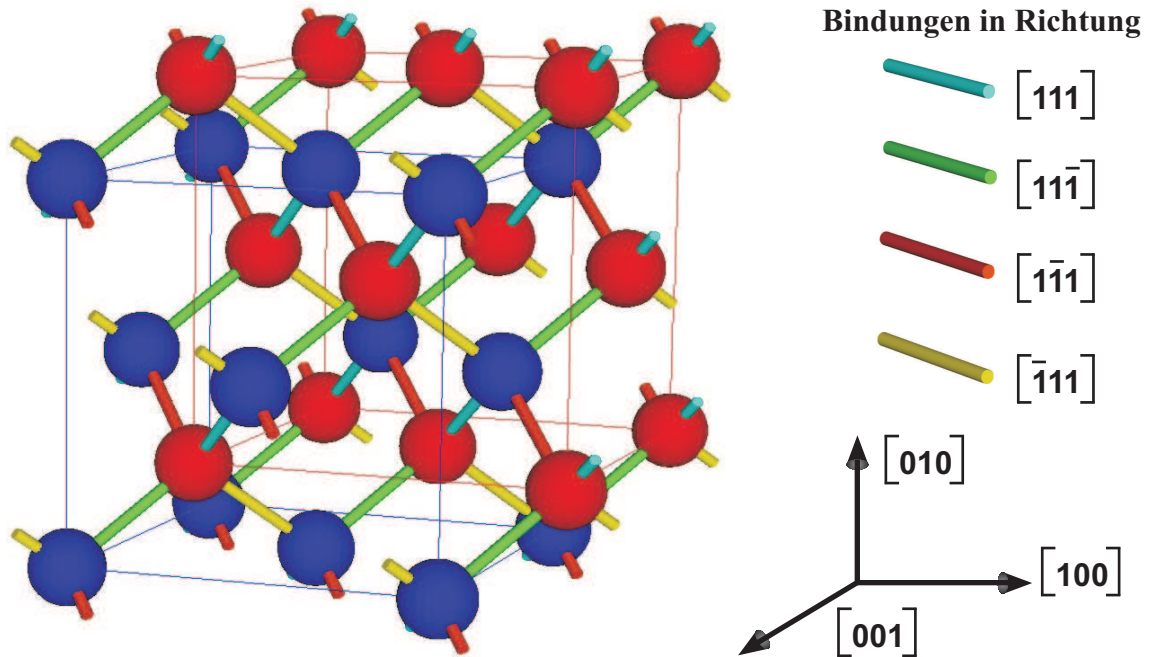


Abbildung 2.1: Die Struktur des GaAs Kristalls ist vom Zinkblende Typ und lässt sich als Ineinanderschachtelung zweier kubisch flächenzentrierter (fcc) Kristalle aus Gallium (blaue Atome, mit dünnen blauen Linien verbunden) und Arsen (rote Atome mit dünnen roten Linien verbunden) veranschaulichen. Die beiden fcc Kristalle sind um eine viertel Raumdiagonale in $(11\bar{1})$ Richtung gegeneinander versetzt. Die tatsächlichen tetraedrisch angeordneten kovalenten Atombindungen sind mit dicken farbigen Balken (je nach Bindungsrichtung gefärbt) dargestellt und weisen untereinander einen Winkel von $109^\circ 28' 16,4''$ auf. Der Abstand zwischen benachbarten Atomen (Gitterkonstante) beträgt 0,56533 nm.

Kombinieren lässt sich GaAs aufgrund der ähnlichen Gitterkonstante problemlos mit AlGaAs. Beim AlGaAs sind je nach Aluminiumkonzentration einige der Galliumatome durch Aluminiumatome ersetzt. Die Größe der Bandlücke E_G wird durch die Aluminiumkonzentration x_{Al} festgelegt:

$$E_G(\text{GaAs}) = 1,42 \text{ eV} \quad E_G(\text{Al}_{x_{\text{Al}}}\text{Ga}_{1-x_{\text{Al}}}\text{As}) = (1,42 + 1,25x_{\text{Al}}) \text{ eV} \quad (2.2)$$

Üblicherweise beträgt x_{Al} etwa 0,25 mit $E_G(\text{AlGaAs}) \approx 1,75 \text{ eV}$.

Der prinzipielle Aufbau einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur und die Ausbildung eines mit Ladungsträgern besetzten Potenzialtopfs an der Grenzfläche der beiden Komponenten ist in Abbildung 2.2 erläutert. Die Elektronenpopulation im Topf wird hauptsächlich von den Silizium Donatoratomen zur Verfügung gestellt, welche in einem Abstand über dem Heteroübergang im AlGaAs eingebaut sind. Der Abstand („Spacer“) dient dazu, die Coulombfelder der ionisierten Donatoren von der Ebene des 2DES fernzuhalten und so eine Hauptursache von Streuungen zu unterdrücken.

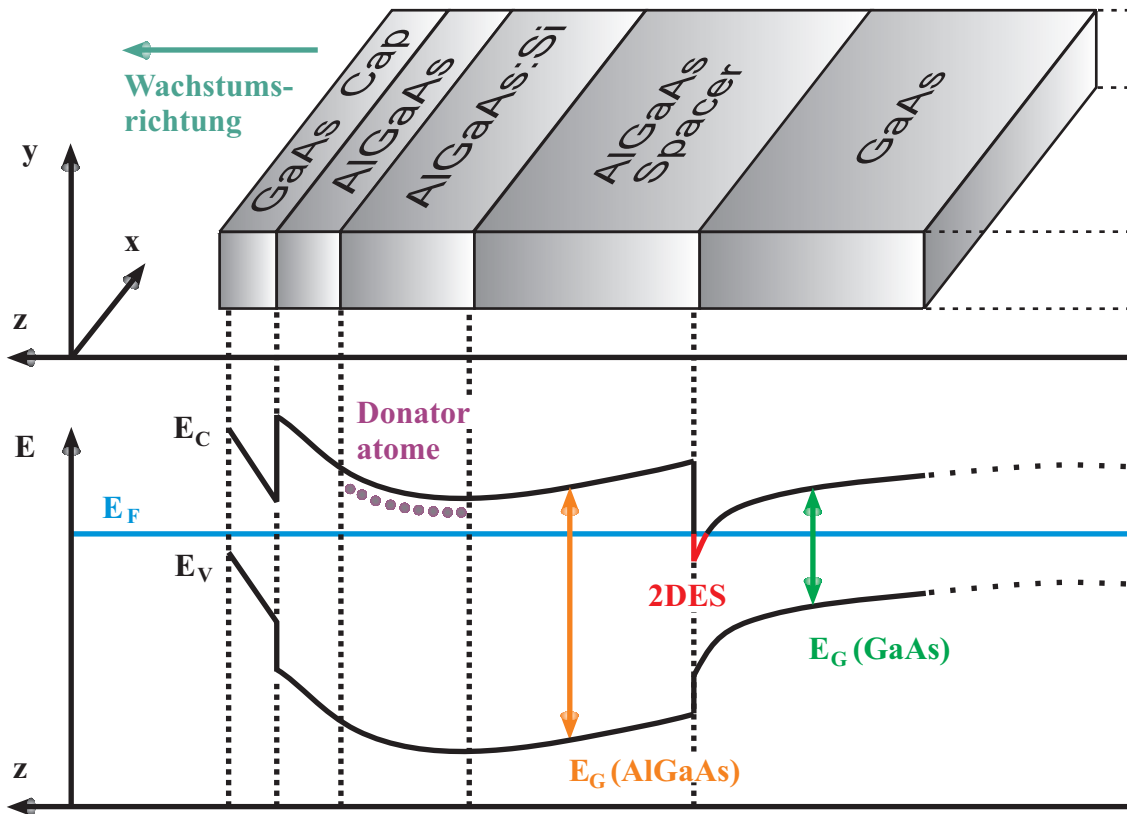


Abbildung 2.2: Aufbau und Energieschema einer typischen GaAs/AlGaAs Heterostruktur mit ausgebildetem Potenzialtopf an der Grenzfläche zwischen GaAs und AlGaAs. Die z -Richtung ist die Wachstumsrichtung. Am Heteroübergang kommt es aufgrund von Raumladungseffekten zur Verbiegung der Leitungsbandkante unter die Fermienergie und somit zur Ausbildung des Potenzialtopfs mit dem zweidimensional leitfähigen System. Die Elektronen im 2DES rekrutieren sich überwiegend von den eingebauten Silizium Donatoren.

Dies trägt entscheidend zur Erhöhung der Elektronenbeweglichkeit und somit zur Qualität des 2DES bei. Ebenso essentiell ist es, die Grenzfläche am Heteroübergang möglichst ohne Gitterfehler perfekt zu wachsen, um Streuungen an Störstellen im Kristall zu vermeiden.

2.2 Energiespektrum und Zustandsdichte

Die Wachstumsrichtung des 2DES sei im Folgenden als die z -Richtung definiert. Damit weisen Elektronen im Quantentopf bei Bewegung in x - oder y -Richtung die gewohnte parabolische Energiedispersion von freien Elektronen auf. Der Einfluss des Kristalls macht sich lediglich in einer geänderten effektiven Masse m^* gegenüber der Masse freier Elektronen bemerkbar. Dagegen ist die Energie der Elektronen in z -Richtung aufgrund der Einschränkung der Bewegungsfreiheit auf eine Anzahl von Subbändern quantisiert. Insgesamt ergibt sich als Ausdruck für die Energie eines Elektrons im 2DES:

$$E = E_S + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.3)$$

Die Subbänder E_S liegen je nach Grad der Bandverbiegung mehr oder weniger weit voneinander entfernt in dem annähernd dreieckförmigen Potenzialtopf, wie in Abbildung 2.3b angedeutet ist. Bei hinreichend tiefer Temperatur ist nur das unterste Band E_0 besetzt und wird oft zur Festlegung des Energienullpunktes verwendet.

Zur Beschreibung und Deutung vieler Eigenschaften von 2DES ist die Angabe der energetischen Zustandsdichte nötig. Um auf dem Weg dorthin zunächst einen Zusammenhang zwischen der räumlichen Ladungsträgerdichte n_s und dem Fermiwellenvektor k_F herzustellen, genügen einige einfache Überlegungen: Der Kristall habe eine Ausdehnung in x - und y -Richtung von $L_x \cdot L_y$. Somit benötigt jeder Zustand im reziproken k -Raum eine Fläche von $\frac{2\pi}{L_x} \cdot \frac{2\pi}{L_y}$. Geht die Temperatur gegen Null, so sind alle Zustände innerhalb eines Kreises mit Radius k_F , also eine Fläche von $k_F^2 \pi$, besetzt (vgl. Abbildung 2.3a). Die Ladungsträgerdichte n_s ergibt sich nun aus der Gesamtanzahl der Ladungsträger N im System geteilt durch die Gesamtfläche des Leiters $L_x \cdot L_y$, multipliziert mit dem Entartungsfaktor $g_s = 2$, der der zweifachen Spinartung jedes Zustandes Rechnung trägt:

$$n_s = \frac{N}{L_x \cdot L_y} \cdot g_s \quad (2.4)$$

Die Anzahl der Ladungsträger N lässt sich ausdrücken als die von allen besetzten Zuständen eingenommene Fläche $k_F^2 \pi$ geteilt durch die Fläche eines Zustandes $\frac{2\pi}{L_x} \cdot \frac{2\pi}{L_y}$. Insgesamt folgt daraus:

$$n_s = \frac{k_F^2}{2\pi} \quad \text{oder} \quad k_F = \sqrt{2\pi n_s} \quad (2.5)$$

Die energetische Zustandsdichte D ist nun definiert als Änderung der räumlichen Zustandsdichte pro Energieintervall. Zusammen mit der Dispersionsrelation für Elektronen in der x/y -Ebene $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ ergibt sich unmittelbar:

$$D(E) \equiv \frac{dn_s}{dE} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \text{const.} \quad (2.6)$$

Es zeigt sich, dass die Zustandsdichte D nicht mehr von der Energie abhängt, d.h. jedes besetzte Subband liefert einen konstanten Beitrag von $\frac{m^*}{\pi \hbar^2}$ zur Zustandsdichte, wie in Abbildung 2.3c skizziert ist.

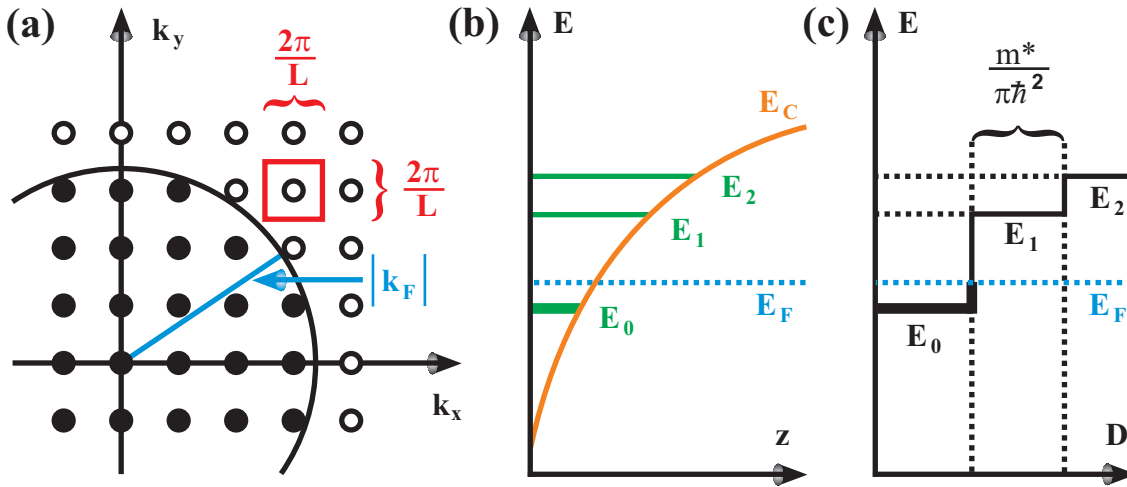


Abbildung 2.3: (a) Besetzte Zustände (gefüllte Kügelchen) im k -Raum innerhalb des Fermikreises bei tiefer Temperatur. (b) Subband Energiespektrum im Potenzialtopf eines 2DES. Orange gezeichnet ist der Verlauf der Leitungsbandkante im GaAs. Bei der eingezeichneten Fermienergie E_F ist bei tiefer Temperatur nur E_0 besetzt. (c) Verlauf der energetischen Zustandsdichte D .

2.3 Streumechanismen und Streuzeiten

Wer sich mit dem Phänomen des ballistischen Transports in zwei Dimensionen befasst sollte sich darüber im Klaren sein, auf welche verschiedenen Weisen Elektronen in einem 2DES Streuungen erfahren können. Bereits 1983 stellte Störmer [11] eine Liste möglicher Streumechanismen für den Fall einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur vor. Er unterscheidet:

- *Streuung an Phononen im Bulkmaterial:* Phononen können im GaAs Kristall entweder über piezoelektrische Felder oder über das Feld des Deformationspotenzials an die Elektronen ankoppeln. Während Streuung an Phononen bei Temperaturen über 80 K den dominierenden Prozess darstellt, verliert die Phononenstreuung spätestens bei Temperaturen des flüssigen Heliums, wie sie in der Halbleiterphysik Standard sind, völlig ihre Bedeutung.

- *Streuung an Oberflächenphononen an der Grenzschicht des Heteroübergangs:* Selbst bei hohen Temperaturen über 80 K sind die Dielektrizitätskonstanten und die Dichten von GaAs und AlGaAs zu ähnlich, als dass die auftretenden Phononen genügend stark ausgeprägt sein könnten, um eine Rolle zu spielen.
- *Sog. Alloy Scattering:* Damit sind Streuungen an statistisch verteilten Al Atomen im AlGaAs gemeint. Angesichts der Tatsache, dass sich der Potenzialtopf am Heteroübergang vollständig auf der Seite des GaAs befindet und die Wellenfunktionen der Elektronen im Topf nur einen äußerst geringen Überlapp ins AlGaAs hinein aufweisen, wird die geringe Bedeutung des Alloy Scattering deutlich.
- *Streuung an entfernten ionisierten Störstellen:* Dieses sog. Remote Impurity Scattering erweist sich bei tiefen Temperaturen und sehr reinen Materialien als dominant. Gemeint sind damit Streuungen am räumlich fluktuierenden Coulomb Potenzial der statistisch verteilten ionisierten Donatoren in der Dotierschicht. Man begegnet diesem Problem durch den Einbau möglichst dicker Spacerschichten zwischen der Ebene des 2DES und der Dotierschicht. Jedoch lässt sich dieser Abstand nicht beliebig vergrößern, da bei zunehmender Distanz weniger Ladungsträger ins 2DES gelangen und somit die Ladungsträgerdichte sehr schnell absinkt [12].
- *Streuung an ionisierten oder neutralen Störstellen im GaAs:* Bei Systemen mit sehr dicken Spacerschichten kommt als limitierender Faktor diese Art der Streuung an Kristallstörstellen in Form von Fremdatomen oder Atomen auf Zwischengitterplätzen zum Tragen, obwohl bei modernen MBE Anlagen die Dichte derartiger Störstellen auf unter 10^{14} cm^{-3} reduziert werden kann [13].
- *Streuung an Rauigkeiten der Grenzfläche:* Diese Möglichkeit der Streuung kann durch eine präzise Wahl der günstigsten Wachstumstemperatur in der MBE heute weitgehend unterbunden werden. Der Heteroübergang kann meist als atomar glatt bezeichnet werden.
- *Intersubbandstreuung:* Im eigentlichen Sinne handelt es sich hierbei um keinen neuen Streumechanismus. Alle bisher genannten Mechanismen können dazu beitragen. Streuwahrscheinlichkeiten werden in hohem Maße dadurch bestimmt, ob überhaupt freie Zustände innerhalb der energetischen und räumlichen Reichweite existieren, die als Endzustand eines Streuvorgangs dienen können. Ist mehr als ein Subband besetzt, so steigen die Streuraten aller genannten Streukanäle entsprechend an. Jedoch im üblichen Falle, d.h. bei tiefen Temperaturen und einer Elektronenpopulation ausschließlich im untersten Subband, liegt das zweite Subband energetisch so hoch, dass Streuungen gar nicht erst auftreten können.

Drei weitere Mechanismen finden sich bei Harris [14] aufgelistet: Während *Streuung an ionisierten Verunreinigungen im AlGaAs Spacer* und *Streuung an ionisierten Verunreinigungen an der Grenzfläche* praktisch keinerlei nennenswerte Beiträge leisten, kann *Streuung an Bandkantenfluktuationen* eine gewisse Rolle spielen. Hierbei gibt die lokal statistisch schwankende Verteilung der Al Atome im AlGaAs direkt am Heteroübergang Anlass zu Schwankungen der Höhe der Bandkante. Man kann davon ausgehen, dass sich dies sogar etwas stärker auswirkt als das oben genannte Alloyscattering direkt an den Al Atomrümpfen.

Letztendlich bleiben also einerseits Fremdatome im GaAs und andererseits die Coulombfelder der ionisierten Donatoren als bestimmende Faktoren übrig. Betrachtet man die auftretende Streuwinkelverteilung, so unterscheiden sich diese beiden Streumechanismen erheblich. So ist die Streuung an Fremdatomen im GaAs erwartungsgemäß durch eine isotrope Verteilung der Streuwinkel gekennzeichnet. Dagegen erscheint es klar, dass Streuungen am nur leicht fluktuierenden elektrischen Feld der ionisierten Donatoren eher Anlass zu Kleinwinkelstreuung in Bewegungsrichtung der Elektronen geben als zu Rückstreuungen.

Zur Kennzeichnung der Qualität eines 2DES ist es daher angebracht, zwei verschiedene charakteristische Streuzeiten einzuführen [15]. Während die Quantenstreuzeit τ_s (single particle Streuzeit) alle auftretenden Streuprozesse gleichermaßen berücksichtigt, gehen in die Transportstreuzeit τ_t Streuereignisse unter großem Streuwinkel ϕ mit stärkerer Gewichtung ein. Dass diese Gewichtung gerechtfertigt ist, wird in Kapitel 2.5 offenbar werden. Die genannten Streuzeiten werden üblicherweise wie folgt definiert:

$$\frac{1}{\tau_t} = \int_0^{2\pi} Q(\phi)(1 - \cos \phi) d\phi \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{\tau_s} = \int_0^{2\pi} Q(\phi) d\phi \quad (2.8)$$

Der Faktor Q wird hierbei als proportional zur Wahrscheinlichkeit der Streuung im Winkel ϕ angenommen, welcher genau genommen der Winkel zwischen den beiden Wellenvektoren des einlaufenden und des gestreuten Teilchens ist.

Bei sehr reinen Materialien mit sehr wenigen im GaAs eingebauten Defektatomen kann das Verhältnis von τ_t zu τ_s den Wert 100 übersteigen.

2.4 Landauquantisierung im Magnetfeld

Was geschieht nun, wenn das 2DES senkrecht von einem Magnetfeld \vec{B} in z -Richtung durchsetzt wird? Quantenmechanisch betrachtet ist dazu die Schrödingergleichung $\mathbf{H}\Psi(x, y) = E\Psi(x, y)$ zu lösen. Der Hamiltonoperator \mathbf{H} dieses Systems lautet:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\vec{p} - e\vec{A} \right)^2 \quad (2.9)$$

Dabei bezeichnet \vec{p} den Impuls eines Elektrons und \vec{A} ein geeignet gewähltes Vektorpotenzial, so dass $\vec{B} = \text{rot}\vec{A} = (0,0,B_z)$. Dies lässt sich beispielsweise mit $\vec{A} = (0, xB_z, 0)$ erreichen. Die Lösungen der Schrödingergleichung sind dann von der Form

$$\Psi_{n,y_k}(x,y) \sim e^{ik_x x} \Phi_n(y - y_k) \quad (2.10)$$

und bilden eine Überlagerung einer ebenen Welle $e^{ik_x x}$ mit der n -ten Eigenfunktion Φ_n eines harmonischen Oszillators, welche um die sogenannte Zentrumsordinate $y_k = -\frac{\hbar k_x}{eB}$ entlang der y -Richtung verschoben ist. Die zugehörigen Eigenenergiewerte lauten:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \quad (2.11)$$

mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$. Anstelle der Quantenzahlen k_x und k_y treten bei Vorhandensein eines Magnetfeldes der Bandindex n und die Zentrumsordinate y_k . Die Energien hängen jedoch nur von n alleine ab, folglich sind die Landauniveaus genannten Energieniveaus hoch entartet. Die erlaubten Zustände im k -Raum kondensieren auf konzentrische Kreise wie in Abbildung 2.4 zu sehen ist.

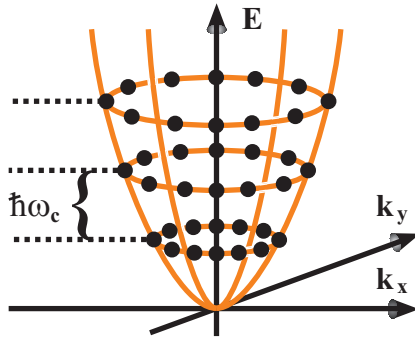


Abbildung 2.4: Beim Anlegen eines senkrechten äußeren Magnetfeldes kondensieren die erlaubten Zustände, die zuvor gleichmäßig im k -Raum verteilt waren, auf konzentrische Kreise. Diese Landauniveaus weisen einen konstanten Entartungsgrad N_L auf und liegen zueinander im Abstand von $\hbar\omega_c$.

Der Entartungsgrad N_L der Landauniveaus bestimmt sich aus der Anzahl der Zustände, welche ohne Magnetfeld zwischen den einzelnen Kreisen liegen würden:

$$N_L = g_s \frac{eB}{h} \cdot L_x L_y \quad (2.12)$$

und ist unabhängig vom Bandindex n . Die Zustandsdichte D ist jetzt nicht mehr unabhängig von E , sondern nimmt die Form von schmalen Peaks an, die im Abstand $\hbar\omega_c$ nebeneinander liegen:

$$D(E) = \frac{N_L}{L_x L_y} \cdot \sum_n \delta(E - E_n) \quad (2.13)$$

Lässt man in die bisherigen Überlegungen noch den Spin der Elektronen miteinfließen, so erhält das Energiespektrum lediglich einen zusätzlichen Term, der zur Zeeman-Aufspaltung der Landauniveaus in zwei Unterniveaus führt:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c + sg\mu_B B \quad (2.14)$$

Dabei bezeichnet $s = \pm \frac{1}{2}$ die Spinquantenzahl, g den Landéfaktor und $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ das Bohrsche Magneton mit der Elektronenruhemasse m_e . Die Zeeman Aufspaltung tritt erst bei hinreichend großen B -Feldern in Erscheinung, da die Landauniveaus in der Realität selbstverständlich durch Streuprozesse etwas verbreitert sind. Eine weitere wichtige Größe ist der Füllfaktor ν . Er gibt die Anzahl der besetzten spinaufgespaltenen Landauniveaus bei gegebenem B -Feld an:

$$\nu \equiv \frac{n_s}{N_L} \cdot L_x L_y = \frac{\hbar n_s}{eB} \quad (2.15)$$

2.5 Magnetotransport im Drudebild

Zur experimentellen Charakterisierung zweidimensionaler Systeme haben sich Magnetotransportmessungen in Hallbar Geometrie etabliert. Dabei wird dem 2DES üblicherweise ein konstanter Strom aufgeprägt und Längs- und Hallspannungen in Vierpunktkonfiguration in Abhängigkeit vom äußeren senkrechten Magnetfeld gemessen. Abbildung 2.5 zeigt die prinzipielle Versuchsanordnung bei solchen Untersuchungen.

Zwischen der vorhandenen Stromdichte \vec{j} und dem angelegten elektrischen Feld \vec{E} besteht der Zusammenhang $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ mit dem Leitfähigkeitstensor σ . Für den Widerstandstensor gilt $\rho = \sigma^{-1}$:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

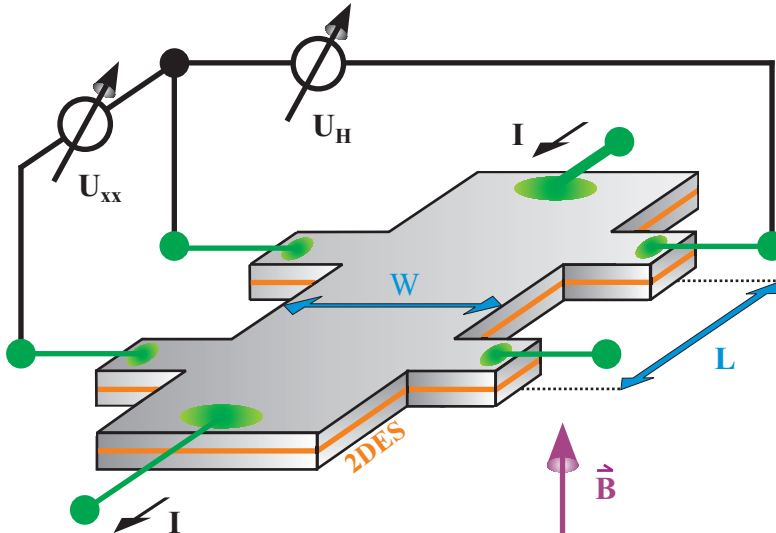


Abbildung 2.5: Hallbaranordnung zur Messung der magnetfeldabhängigen Längsspannung U_{xx} und Hallspannung U_H bei konstantem Stromfluss I entlang einer Hallbar der Länge L und der Breite W bei dazu senkrecht angelegtem Magnetfeld B .

Im isotropen Material gilt stets $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$. Außerdem gilt die Onsager-Casimir-Relation [16, 17]: $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$. Damit ergibt sich:

$$\rho = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Der an der Probe gemessene elektrische Widerstand in Längsrichtung R_{xx} und der Hallwiderstand R_H hängen folgendermaßen mit dem Widerstandstensor zusammen:

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} = \frac{L}{W} \cdot \rho_{xx} \quad , \quad R_H = \frac{U_H}{I} = \rho_{xy} \quad (2.18)$$

Hier tritt in der Längsspannung der Geometriefaktor $\frac{L}{W}$ auf, der die individuelle Form der Hallbar einfließen lässt.

Was ist nun für Magnetfeld-abhängige Messungen von $\rho_{xx}(B)$ und $\rho_{xy}(B)$ zu erwarten? Drude gab darauf bereits im Jahre 1900 eine Antwort in seiner umfangreichen Abhandlung zur Elektronentheorie der Metalle [18]. Anwendungsorientiert aufbereitet findet sich diese beispielsweise in [19]. Ausgangspunkt ist dabei die Vorstellung, dass es sich bei Elektronen um punktförmige Teilchen handelt, die untereinander und an Hindernissen elastische Stöße ausführen können und sich dazwischen von elektrischer und magnetischer Kraft beschleunigt wechselwirkungsfrei mit einer mittleren Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D fortbewegen. Die Newtonsche Bewegungsgleichung nimmt diese Form an:

$$m^* \frac{d\vec{v}_D}{dt} + m^* \frac{\vec{v}_D}{\tau_t} = -eE - e\vec{v}_D \times \vec{B} \quad (2.19)$$

Der darin auftretende Reibungsterm trägt der hemmenden Wirkung der Stöße Rechnung und beinhaltet als Zeitkonstante die Transportstreuzeit τ_t , welche die mittlere Zeit zwischen zwei Stoßereignissen angibt. Es sei betont, dass hier die Quantenstreuzeit τ_s keinen Eingang findet, da den Kleinwinkel-Vorwärtsstreuungen in diesem Zusammenhang keine Bedeutung zukommt.

Die Vorstellung einer mittleren Driftgeschwindigkeit v_D vermittelt jedoch allzu leicht den Eindruck, alle Elektronen würden am Transport teilnehmen. Tatsächlich sind es aber nur wenige Elektronen mit Energien im Bereich der Fermienergie E_F . Diese bewegen sich mit der Geschwindigkeit $v_F \gg v_D$. Daher beträgt die Strecke, welche ein Elektron im Mittel zwischen zwei Stößen zurücklegt und als mittlere freie Weglänge l_f bezeichnet wird nicht $v_D \cdot \tau_t$ sondern:

$$l_f = v_F \cdot \tau_t \quad (2.20)$$

Für den statischen Fall mit konstanter Driftgeschwindigkeit und ohne Magnetfeld erhält man nun aus der Bewegungsgleichung folgende Lösung:

$$|\vec{v}_D| = \frac{-e\tau_t}{m^*} |\vec{E}| \equiv -\mu |\vec{E}| \quad (2.21)$$

Dadurch definiert sich die sogenannte Beweglichkeit der Elektronen:

$$\mu = \frac{e}{m^*} \tau_t \quad (2.22)$$

Bewegen sich die Elektronen im Einflussbereich eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} , so wirkt auf sie die Lorentzkraft $\vec{F}_L = ev_F \times \vec{B}$. Steht das Magnetfeld senkrecht zum 2DES und unter Vernachlässigung sämtlicher Streuungen ergeben sich die typischen kreisförmigen Trajektorien der Elektronen mit Zyklotronradius R_c , die mit der schon bekannten Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ durchlaufen werden:

$$R_c = \frac{m^* v_F}{eB} = \frac{\hbar k_F}{eB} \quad (2.23)$$

Zusammen mit einem elektrischen Feld \vec{E} in x -Richtung erfolgt eine zusätzliche Driftbewegung der Elektronen in y -Richtung, die für die Ausbildung der Hallspannung U_H verantwortlich ist. Für die gemessenen Widerstände ergibt sich damit:

$$\rho_{xx}(B) = \frac{1}{n_s e \mu} = \text{const.} \quad (2.24)$$

$$\rho_{xy}(B) = \frac{B}{n_s e} \sim B \quad (2.25)$$

Der Längswiderstand zeigt also keine B -Feld-Abhängigkeit, während der Hallwiderstand erwartungsgemäß linear mit B ansteigt.

Eine weitere für die Praxis sehr nützliche Beziehung, welche die mittlere freie Weglänge l_f mit den grundlegenden Materialparametern Beweglichkeit μ und Ladungsträgerdichte n_s verknüpft, erhält man, indem die Gleichungen 2.1, 2.5 und 2.22 in 2.20 eingesetzt werden:

$$l_f = \frac{\hbar \mu}{e} \sqrt{2\pi n_s} \quad (2.26)$$

Kapitel 3

Transporttheorie nach Landauer-Büttiker

Die Beweglichkeit μ bzw. die mittlere freie Weglänge l_f sind charakteristische Größen für die Qualität eines 2DES. Bei laufend steigenden Rekordbeweglichkeiten ist es mit den gängigen Mitteln der Mikro- und Nanostrukturierung nicht mehr schwer, Leiter herzustellen, deren Abmessungen in Länge und Breite (L und W) vergleichbar oder kleiner als die freie Weglänge sind. Bei $l_f \gg L, W$ spricht man von ballistischem Transportregime. Die Drudetheorie versagt dort ihre Dienste, da die Voraussetzung permanent stoßender Elektronen (diffusives Transportregime) nicht mehr gegeben ist. Eine hervorragende Möglichkeit zur Beschreibung ballistischen Transports bietet die Landauer-Büttiker Transporttheorie.

Bereits 1957 veröffentlichte Landauer [20] erste Überlegungen zu einer neuen Betrachtungsweise der elektrischen Leitfähigkeit für den Fall von nur wenigen isolierten Streuzentren anstatt einer homogen verteilten großen Anzahl an Streuern. Zum damaligen Zeitpunkt standen solche Materialien außerhalb der technologischen Realisierbarkeit und Landauers Ideen fanden kaum Resonanz. Erst viel später etablierte sich der Begriff der auf Transmissionswahrscheinlichkeiten beruhenden Leitfähigkeiten von ballistischen Systemen [21]. Großen Anteil daran hatte Büttiker, der die Landauerschen Prinzipien auf Systeme mit beliebig vielen Kontakten erweiterte und so praktikabler für Anwendungen machte [22, 23]. Schön dargestellt findet sich die Theorie bei Datta [10]. Von der experimentellen Seite her tiefer beleuchtet wird sie bei Beenakker und van Houten [24].

Zum Verständnis des Landauer-Büttiker-Formalismus ist es zunächst nötig, sich die Ausbildung von transversalen Moden im 2DES bei endlicher Größe des leitfähigen Systems zu vergegenwärtigen. Anschließend wird ein Ausdruck für die auftretenden Kontaktwiderstände abgeleitet. Erst danach ist es möglich die Landauer- sowie die Büttikerformel aufzustellen und damit elementare Transportphänomene, wie den Quanten-Halleffekt, schlüssig zu erklären.

3.1 Transversale Moden

Zur Lösung der Schrödingergleichung für ein Elektron im 2DES wurde im Hamiltonoperator (2.9) vernachlässigt, dass reale Proben eines 2DES nicht unendlich ausgedehnt sind, sondern in Stromflussrichtung links und rechts durch einen Rand begrenzt werden, der mathematisch durch ein kastenförmiges Einschlusspotenzial $V_{\text{Rand}}(y)$ beschrieben werden kann. Die Probengröße in x -Richtung kann für die folgenden Betrachtungen getrost als unendlich angenommen werden. Der Hamiltonoperator lautet dann:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\vec{p} - e\vec{A} \right)^2 + V_{\text{Rand}}(y) \quad (3.1)$$

Die Schrödingergleichung $\mathbf{H}\Psi(x, y) = E\Psi(x, y)$ ist dann allgemein nicht mehr lösbar. Es existiert allerdings eine analytische Lösung für den der Wirklichkeit sehr nahe kommenden Fall eines parabelförmigen Potenzials der Form:

$$V_{\text{Rand}}(y) = \frac{m^*}{2} \omega_0^2 y^2 \quad (3.2)$$

mit dem Fitparameter ω_0 , der die Dimension 1/s hat. Die Lösung lautet dann:

$$\Psi_{n,y_k}(x, y) \sim e^{ik_x x} e^{-\frac{c^2}{2}} H_n(c) \quad (3.3)$$

$$\text{mit } c = \sqrt{\frac{m^*}{\hbar} \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}} \cdot \left(y + \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 + \omega_0^2} y_k \right) \quad (3.4)$$

$\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ steht wie gehabt für die Zyklotronfrequenz, ebenso wie $y_k = -\frac{\hbar k_x}{eB}$ für die Zentrumskoordinate entlang der y -Achse steht, um die sich die Wellenfunktion zentriert. H_n ist das n -te Hermitepolynom [25]. Die ersten drei Hermitepolynome lauten:

$$H_0(c) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \quad , \quad H_1(c) = \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt[4]{\pi}} \quad , \quad H_2(c) = \frac{2c^2 - 1}{\sqrt{2}\sqrt[4]{\pi}} \quad (3.5)$$

Interessant dabei ist die lineare Abhängigkeit der Zentrumskoordinate von k_x . Dies hat zur Folge, dass sich diejenigen Zustände, welche in $+x$ Richtung propagieren, demnach auf einer anderen Seite der Probe befinden als Zustände, welche Strom in $-x$ Richtung tragen. Das bedeutet wiederum, die Wellenfunktionen mit verschiedener Stromflussrichtung sind stets räumlich voneinander getrennt (vgl. Abbildung 3.1). Die zugehörigen Energien ergeben sich zu:

$$E_{n,k_x} = E_S + \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2 + \omega_0^2} \quad (3.6)$$

Es ergeben sich also diskrete Niveaus, die als transversale Moden bezeichnet und mit dem Index n unterschieden werden. Sie können jeweils eine große Anzahl von verschiedenen Zuständen enthalten, die sich im Wellenvektor k_x unterscheiden und demnach leicht unterschiedliche Energien aufweisen.

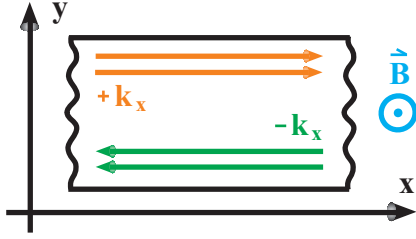


Abbildung 3.1: Ausbreitungsrichtungen von Zuständen eines gewissen Energieniveaus mit Index n am Ort der jeweiligen Zentrumsordinate. Zustände mit positivem Wellenvektor k_x tragen Strom in $+x$ Richtung und befinden sich bei der eingezeichneten Magnetfeldrichtung auf der oberen Hälfte der Probe. Wellenfunktionen von Zuständen mit Strom in entgegengesetzter Richtung sind auf der gegenüberliegenden Seite lokalisiert.

Es lohnt sich zwei Spezialfälle näher zu betrachten. Zum einen den Fall eines unendlich ausgedehnten 2DES mit angelegtem Magnetfeld. Dies ist der in Kapitel 2.4 beschriebene Fall. Der Ausdruck für die Energie (2.11) geht aus Gleichung (3.6) hervor, indem man ω_0 gegen Null gehen lässt. Die entstehenden Landauniveaus könnte man also auch als transversal-magnetische Moden bezeichnen. Der Index n wird als Landauniveauindex bezeichnet.

Löst man die Schrödingergleichung hingegen für den anderen Spezialfall ohne Vektorpotenzial \vec{A} , aber mit Einschlusspotenzial $V_{\text{Rand}}(y)$, so erhält man den Ausdruck für die Eigenenergien aus (3.6) indem man ω_c gegen Null gehen lässt:

$$E_{n,k_x}(B=0) = E_S + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \quad (3.7)$$

Ebenso ergibt sich für den Substituenten c in der Wellenfunktion aus (3.4):

$$c(B=0) = \sqrt{\frac{m^*}{\hbar} \omega_0} \cdot y \quad (3.8)$$

Hier empfiehlt es sich, den Energieniveauindex n für die transversal-elektrischen Moden genannten Niveaus nicht mehr als Landauniveauindex zu bezeichnen, da diese Nomenklatur aus historischen Gründen den magnetischen Moden vorbehalten ist. Eine gute Abschätzung der Anzahl transversal-elektrischer Moden M in einer 2DES Probe der Breite W gelingt mittels:

$$M \approx \text{int} \left(\frac{2W}{\lambda_F} \right) \quad (3.9)$$

Mit der Funktion *int* ist die nächstkleinere ganze Zahl gemeint.

3.2 Kontaktwiderstand

In der makroskopischen Physik gilt der Grundsatz: Elektrischer Widerstand kommt durch Streuungen der Elektronen im Leiter zustande. Naiv betrachtet hätte demnach ein rein ballistisches Probenstück, welches keinen einzigen Streuer beinhaltet, keinen elektrischen Widerstand. Dennoch weist eine annähernd ballistische Probe bei gewöhnlicher Zweipunktmessung noch einen beachtlichen Widerstand auf. Dieser Widerstand entpuppt sich als reiner Kontaktwiderstand. Er tritt an den Kontakten beim Eintritt des elektrischen Stroms in die ballistische Probe auf. Ursache dafür ist die stark unterschiedliche Anzahl von stromtragenden Moden. Während im dreidimensional leitfähigen metallischen Kontakt sehr viele Moden vorhanden sind (vergleichbar der Anzahl der Atome), reduziert sich die Anzahl der stromtragenden Moden im 2DES auf eine überschaubare Menge.

Zur Berechnung des Kontaktwiderstandes R_k geht man von einem schmalen 2DES der Länge L und der Breite W , wie in Abbildung 3.2a skizziert, aus. Die beiden Kontakte 1 und 2 befinden sich auf dem chemischen Potenzial $\mu_{\text{ch},1}$ bzw. $\mu_{\text{ch},2}$. Durch das Anlegen einer Spannung zwischen Kontakt 1 und 2 wird $\mu_{\text{ch},1} > \mu_{\text{ch},2}$. Wichtig ist die Annahme von nichtreflektierenden Kontakten. Das bedeutet, bei Stromfluss aus dem 2D-Leiter in den Kontakt hinein treten keine Reflexionen auf. Unter dieser Annahme lässt sich feststellen, dass alle Ladungsträger mit Wellenvektor $-k_x$ aus dem rechten Kontakt stammen und umgekehrt, denn Elektronen aus dem linken Kontakt könnten nur in einem $-k_x$ Zustand sein, wenn sie am Kontakt 2 reflektiert worden wären. Wie in Abbildung 3.2b gezeigt, betragen die Quasiferminiveaus F^+ und F^- für nach rechts bzw. links laufende Zustände demnach:

$$F^+ = \mu_{\text{ch},1} \quad , \quad F^- = \mu_{\text{ch},2} \quad (3.10)$$

Das 2DES habe eine gewisse Elektronendichte pro Längeneinheit n_L . Dann lässt sich der fließende Strom als $I = en_L v$ schreiben. Die Besetzung der verschiedenen $+k_x$ Zustände einer einzelnen transversalen Mode wird durch eine Verteilungsfunktion $f^+(E)$ beschrieben. Die Elektronendichte pro Längeneinheit in einem einzelnen $+k_x$ Zustand beträgt $\frac{1}{L}$, da nur ein Elektron darin vorhanden ist. Dann schreibt sich n_L als $\frac{1}{L}$ mal Anzahl der besetzten $+k_x$ Zustände:

$$n_L = \frac{1}{L} \cdot \sum_{\substack{\text{Energien der be-} \\ \text{setzten } +k_x \text{ Zustände}}} f^+(E) \equiv \frac{1}{L} \sum_{+k_x} f^+(E) \quad (3.11)$$

Die Gesamtheit aller $+k_x$ Zustände der betrachteten Mode trägt somit folgenden Strom:

$$I = \frac{e}{L} \sum_{+k_x} f^+(E) \cdot v \quad (3.12)$$

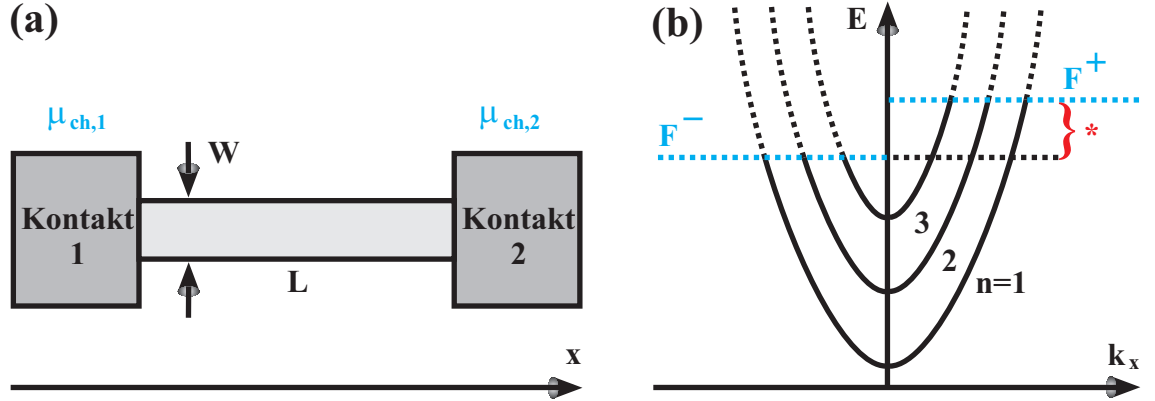


Abbildung 3.2: (a) Schmale 2DES Probe der Länge L und der Breite W zwischen den beiden Kontakten 1 (auf chemischem Potenzial $\mu_{\text{ch},1}$) und 2 (mit $\mu_{\text{ch},2}$). (b) Energien der ersten drei transversalen Moden. Bei Anlegen einer Spannung an die Kontakte sind die nach rechts laufenden Zustände bis zu einer höheren Quasifermienergie F^+ aufgefüllt, als die nach links laufenden Zustände. Die mit rotem Sternchen gekennzeichneten Zustände mit Energien zwischen F^- und F^+ tragen den Nettostrom in Richtung $+k_x$.

Die Summe über alle besetzten k -Zustände lässt sich umschreiben in ein Integral über dk , wobei der Spinentartungsfaktor der Zustände $g_s = 2$ berücksichtigt werden muss:

$$\sum_k \rightarrow g_s \cdot \frac{L}{2\pi} \int dk \quad (3.13)$$

Setzt man anstelle der Geschwindigkeit v die allgemeingültige Ableitung der Dispersions $\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$, so ergibt sich insgesamt als Ausdruck für den Strom in einer Mode:

$$I = \frac{2e}{h} \int f^+(E) dE \quad (3.14)$$

$\frac{2e}{h} \approx 77,5 \text{ nA/meV}$ ist also der Strom, den eine Mode pro Energieintervall trägt. Mit $M(E)$ wird nun die Anzahl der zur Verfügung stehenden Moden bezeichnet. Damit ist die Anzahl der Moden gemeint, deren sogenannte Cut-Off-Energie $E_n(k=0)$ unterhalb der Energie E liegt. Unter der Annahme, dass $M(E)$ innerhalb des relevanten Energiebereichs konstant ist, schreibt sich der Gesamtstrom durch den Leiter als:

$$I = \frac{2e}{h} M \int f^+(E) dE \quad (3.15)$$

Unter der Voraussetzung von Temperaturen in der Nähe des Nullpunktes kann man einen treppenförmigen Verlauf der Verteilungsfunktion $f^+(E)$ annehmen:

$$f^+(E) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < E \leq e \cdot U \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.16)$$

Dabei wurde das chemische Potenzial des rechten Kontakts der Einfachheit halber auf null gesetzt und somit ergibt sich für den linken Kontakt: $\mu_{\text{ch},1} = e \cdot U$. Für den

Gesamtstrom durch den Leiter folgt:

$$I = \frac{2e^2}{h} MU \quad (3.17)$$

Damit hat man wegen $I = G_k U = \frac{U}{R_k}$ direkt einen Ausdruck für den Kontaktleitwert G_k bzw. den Kontaktwiderstand R_k gefunden:

$$G_k = \frac{2e^2}{h} M \quad , \quad R_k = \frac{h}{2e^2 M} = 12,9064 \text{ k}\Omega \cdot \frac{1}{M} \quad (3.18)$$

3.3 Leitfähigkeit durch Transmission: Die Landauerformel

Um von Gleichung 3.18 zur Landauerformel zu gelangen, ist es nur noch ein kleiner aber wichtiger Schritt. Angenommen ein realer Leiter hätte in seinem Inneren ein beliebiges Streuzentrum, wie in Abbildung 3.3a skizziert, dann besteht für ein von Kontakt 1 ausgehendes Elektron eine mittlere Transmissionswahrscheinlichkeit T , das Streuzentrum zu passieren und Kontakt 2 zu erreichen. Mit der Wahrscheinlichkeit $1 - T$ wird es vom Streuzentrum zu Kontakt 1 zurückreflektiert. Es stehen M Moden für Ladungstransport zur Verfügung. Der Leitwert beträgt dann:

$$G = \frac{2e^2}{h} MT \quad (3.19)$$

Entscheidend bei dieser Betrachtungsweise ist es, zu erkennen, dass es einerlei ist, die Transmissionswahrscheinlichkeit entweder von innerhalb des Kontakts 1 nach innerhalb Kontakt 2 zu betrachten, oder nur innerhalb des Leiters über das Streuzentrum hinweg. Schließt man nämlich die Kontakte mit ein, so ist M viel größer, aber T viel kleiner, so dass G gleich bleibt. Es reicht also, die Transmissionswahrscheinlichkeit für das Streuzentrum zu kennen, um den Gesamtleitwert der Probe bei einer Zweipunktmessung über die Kontakte hinweg angeben zu können. Das wiederum bedeutet, dass im Gesamtprobenwiderstand $R_g = \frac{1}{G} = \frac{h}{2e^2 MT}$ sowohl der Kontaktwiderstand R_k als auch der durch das Streuzentrum verursachte Widerstand R_s enthalten sind:

$$R_g = R_k + R_s \quad (3.20)$$

Für R_k gilt Gleichung 3.18. Folglich ergibt sich für den reinen Streuwiderstand:

$$R_s = \frac{h}{2e^2 M} \cdot \frac{1 - T}{T} \quad (3.21)$$

Entsprechend erfolgt auch der Spannungsabfall am Streuzentrum U_s nur zum $1 - T$ -ten Bruchteil. Der Rest der angelegten Spannung fällt an den Übergängen von den

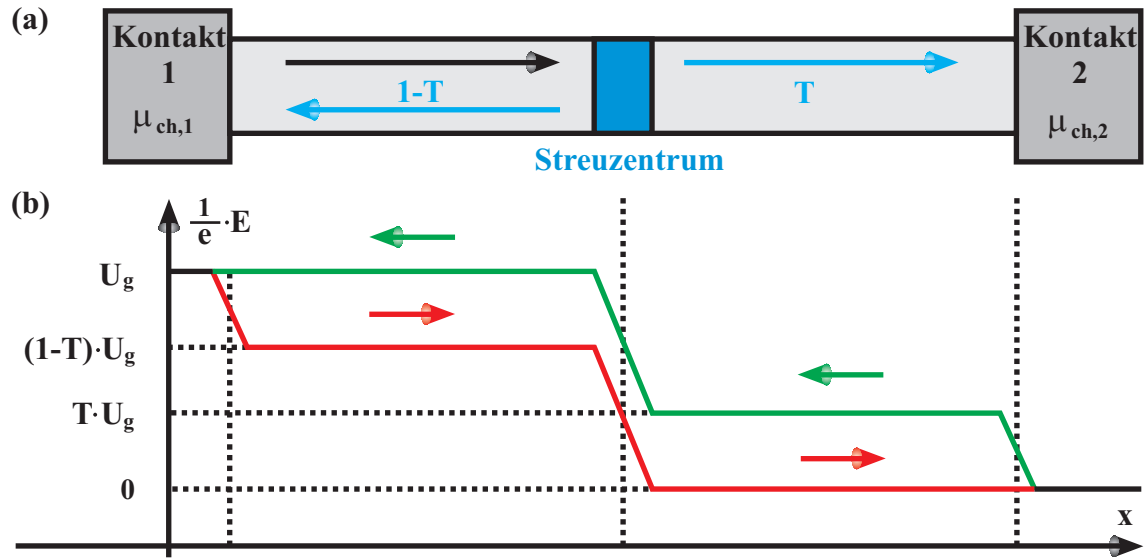


Abbildung 3.3: (a) Zwischen den beiden Kontakten 1 und 2 befindet sich ein Streuzentrum. Ein von Kontakt 1 nach rechts propagierendes Elektron passiert das Streuzentrum und erreicht Kontakt 2 mit der Wahrscheinlichkeit T . Es wird mit einer Wahrscheinlichkeit $1 - T$ am Streuzentrum reflektiert und gelangt zurück zu Kontakt 1. (b) Potenzialverläufe entlang der Probe für rechtslaufende (rot) bzw. linkslaufende Elektronen (grün) unter der Annahme $\mu_{\text{ch},1} = U \cdot e$ und $\mu_{\text{ch},2} = 0$. Die Stufen sind etwas abgeflacht in Anlehnung an die Tatsache, dass ein Elektron seine Energie niemals sprunghaft abgeben kann, sondern nur innerhalb einer gewissen endlichen Strecke vor und nach dem Streuer bzw. an der Grenze zum Kontakt.

Kontakten in die Probe ab, und zwar je nach Stromflussrichtung an verschiedenen Kontakten. Der Verlauf der Potenzialstufen entlang einer derartigen Probe ist in Abbildung 3.3b gezeigt. Auch die Energie $R \cdot I^2$ kann in Form von Joulescher Wärme nur am Ort der Spannungsabfälle dissipiert werden. Die Abgabe erfolgt in der Regel durch Abstrahlung von Phononen innerhalb einer endlichen Strecke, die als Energierelaxationslänge bezeichnet wird. Für den Strom durch die Probe gilt dann:

$$I = \frac{U_k}{R_k} = \frac{U_s}{R_s} = \frac{U_g}{R_g} = \frac{2e^2}{h} MTU_g \quad (3.22)$$

Einen Überblick über die an Kontakten und Streuern auftretenden Spannungen und Widerstände gibt Tabelle 3.1.

Tabelle 3.1: Übersicht der an Kontakten und am Streuer auftretenden Spannungen und Widerstände der Probe aus Abbildung 3.3a im Landauerbild.

	am Kontakt	am Streuer	an gesamter Probe
Widerstand	$R_k = \frac{h}{2e^2 M}$	$R_s = \frac{h}{2e^2 M} \cdot \frac{1-T}{T}$	$R_g = \frac{h}{2e^2 M} \cdot \frac{1}{T}$
Spannung	$U_k = U_g \cdot T$	$U_s = U_g \cdot (1 - T)$	U_g
Strom			$I = \frac{2e^2}{h} M T U_g$

3.4 Erweiterung auf viele Kontakte: Die Büttikerformel

In der Praxis interessiert meist der reine Streuwiderstand R_s . Um den Kontaktwiderstand R_k nicht mitzumessen, führt man 4-Punkt-Messungen über zusätzliche stromlose Spannungskontakte durch. Derartige Potenzialsonden verhalten sich jedoch im Allgemeinen invasiv, d.h. sie verfälschen das Messergebnis, da sie selbst als zusätzlicher Streuer fungieren. Zudem hängt das erzielte Messergebnis davon ab, wie gut die Sonde an die einzelnen Moden ankoppelt. Das kann geometriebedingt stark variieren.

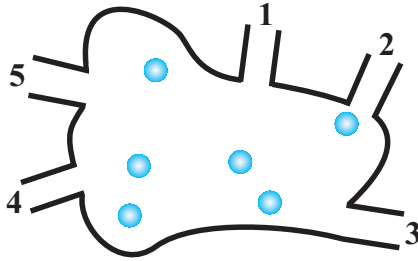


Abbildung 3.4: Ballistische Systeme mit beliebig vielen Kontakten (hier fünf) und statistisch im Inneren verteilten Streuern (blaue Scheibchen) lassen sich hervorragend mit der Büttikerformel beschreiben. Dabei wird nicht zwischen Kontakten zur Stromzuführung und reinen Potenzialsonden zur stromlosen Spannungsmessung unterschieden.

Büttiker brachte dieses Problem für Systeme mit beliebig vielen Kontakten, wie in Abbildung 3.4 skizziert, in den Griff, indem er für Spannungs- und Stromkontakte eine einheitliche Beschreibung vorschlug und den Strom in einen bestimmten Kontakt p hinein als Summe der Beiträge zum Strom aus allen anderen Kontakten q heraus angibt:

$$I_p = \frac{2e^2}{h} \sum_q (\bar{T}_{qp} U_p - \bar{T}_{pq} U_q) \quad (3.23)$$

Dabei ist \bar{T}_{qp} die Gesamttransmissionswahrscheinlichkeit für ein Elektron von Kontakt p nach Kontakt q über alle zur Verfügung stehenden Moden hinweg. $U_p = \frac{1}{e} \mu_{\text{ch},p}$ ist die Spannung am Kontakt p . In der üblichen Schreibweise werden Leitfähigkeits-

koeffizienten G_{pq} eingeführt:

$$G_{pq} \equiv \frac{2e^2}{h} \overline{T}_{pq} \quad (3.24)$$

Aus Vernunftgründen muss für diese Leitfähigkeitskoeffizienten folgende Summenregel gelten:

$$\sum_q G_{pq} = \sum_q G_{qp} \quad (3.25)$$

Sie stellt sicher, dass im Falle gleichen Potentials an allen Kontakten sämtliche Strombeiträge in einen bestimmten Kontakt p hinein mit allen Strombeiträgen aus dem Kontakt heraus gleich sind und so der Gesamtstrom durch die Probe Null ist. Weiterhin gilt $G_{pq} = G_{qp}$ nur ohne äußeres Magnetfeld! Ist ein Magnetfeld \vec{B} vorhanden, so gilt im Allgemeinen $G_{pq} \neq G_{qp}$. Es lässt sich jedoch mittels Zeit-Umkehr-Invarianz zeigen [10], dass gilt:

$$G_{pq}(B) = G_{qp}(-B) \quad (3.26)$$

Die Büttikerformel lässt sich schließlich in folgender prägnanter Form angeben:

$$I_p = \sum_q G_{pq} (U_p - U_q) \quad (3.27)$$

Für die praktische Anwendung des Landauer-Büttiker-Formalismus bleibt noch festzustellen, dass alle oben genannten Überlegungen ausschließlich im Regime linearer Antwort gelten. Dies ist der Fall, solange das System linear auf eine Anregung reagiert, sprich solange sich der Stromfluss proportional zur angelegten Spannung verhält. Um sicherzustellen, dass man sich im Bereich von linearer Antwort bewegt, darf bei gegebener Temperatur Θ die der angelegten Spannung entsprechende Energie nicht größer als die charakteristische thermische Energie $k_B\Theta$ sein:

$$Ue < k_B\Theta \quad (3.28)$$

Bei einer realistischen Messtemperatur von 20 mK beträgt somit die maximal zulässige Spannung an der Probe gerade mal $1,7 \mu\text{V}$.

Zur Veranschaulichung sollen nun die Grundprinzipien von Landauer-Büttiker auf einfache 3-Kontakt Proben, wie in Abbildung 3.5 skizziert, angewendet werden. Formuliert man Gleichung 3.27 allgemein für alle drei Kontakte aus und fasst die erhaltenen Gleichungen in Matrixform zusammen, so erhält man:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{12} + G_{13} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{21} + G_{23} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{31} + G_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Einer der beiden stromzuführenden Kontakte lässt sich willkürlich auf Potential Null setzen: $U_3 = 0$. Kontakt 2 ist stromlos: $I_2 = 0$. Dadurch vereinfacht sich das

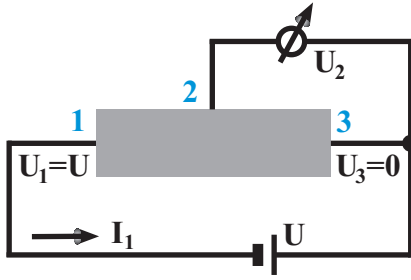


Abbildung 3.5: Einfaches Beispiel zur Anwendung der Büttikerformel für eine 3-Punkt-Messung an einer ballistischen Probe. Die Spannung am Kontakt 3 wird willkürlich auf Null festgelegt. Die gemessene Spannung U_2 und der Strom I_1 lassen sich durch die Leitfähigkeitskoeffizienten G_{pq} ausdrücken.

Gleichungssystem wesentlich. Aus der zweiten Zeile kann man direkt die gemessene Spannung U_2 ablesen:

$$U_2 = \frac{G_{21}}{G_{21} + G_{23}} \cdot U \quad (3.30)$$

Aus Vergleich von erster und dritter Zeile erhält man folgende Beziehungen zwischen den Leitfähigkeitskoeffizienten: $G_{32} = G_{12}$ und $G_{31} = -G_{12} - G_{13}$. So ergibt sich für den Strom durch die Probe:

$$I_1 = \frac{G_{21}G_{13} - G_{23}G_{31}}{G_{21} + G_{23}} \quad (3.31)$$

Damit hat man direkt den gemessenen 3-Punkt Widerstand R_{23} zwischen den Kontakten 2 und 3 durch nur vier Leitfähigkeitskoeffizienten G_{pq} ausgedrückt:

$$R_{23} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{G_{21}}{G_{21}G_{13} - G_{23}G_{31}} \quad (3.32)$$

3.5 Der Quanten Halleffekt

Bei hohen Magnetfeldern zeigen 2DES den bekannten Quanten Halleffekt [26]. Eine typische Messung von Längs- und Hallwiderständen an einer Hallbar Geometrie findet sich in Abbildung 3.6. Sie zeichnet sich durch einen treppenförmigen Verlauf des Hallwiderstands mit exakt quantisierten Widerstandswerten aus. Diese Quantenhalplateaus befinden sich bei:

$$R_H = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{1}{n} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \quad (3.33)$$

Das Auftreten der Quanten Hall Plateaus geht einher mit Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Längswiderstand. Die Widerstandsminima erreichen bei stärkeren Magnetfeldern Null Ohm! Hier kann rein ballistischer Transport über Strecken in der Größenordnung von Millimetern hinweg stattfinden. Im Folgenden soll mit einfachen Worten erläutert werden, wie dies möglich sein kann.

Bei der Behandlung des Einschlusspotenzials $V_{\text{Rand}}(y)$ am Rand einer Hallbar in Kapitel 3.1 wurde bereits angeschnitten, dass eine parabolische Näherung nur für sehr schmale Leiter realistisch ist. Bei üblichen Probengeometrien müsste $V_{\text{Rand}}(y)$

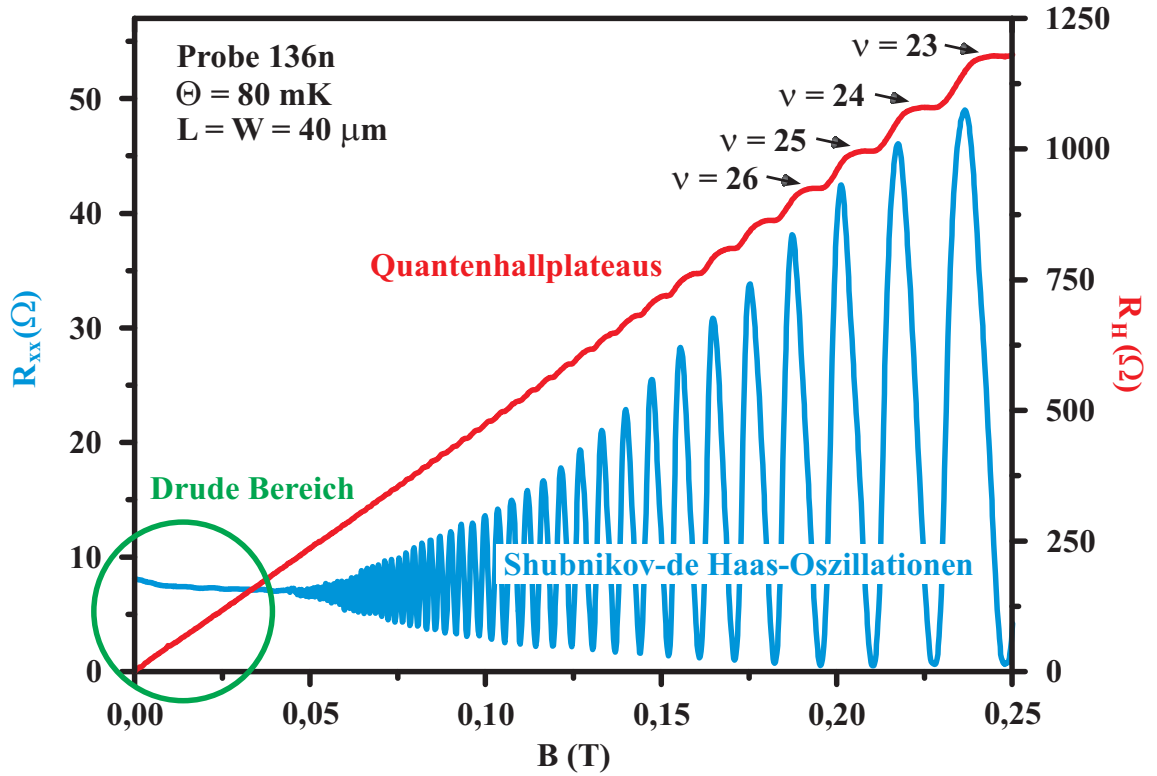


Abbildung 3.6: Magnetfeldabhängige Quantenhallplateaus im Hallwiderstand und Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Längswiderstand gemessen an einer $40 \times 40 \mu\text{m}$ großen Hallbar eines 2DES mit Ladungsträgerdichte $n_s = 1,3 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$ und Beweglichkeit $\mu = 5,8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bei einer Temperatur von 80 mK. Im grün markierten Bereich kleiner Magnetfelder kann die Landauquantisierung noch nicht aufgelöst werden und die gemessenen Widerstände folgen der Drudetheorie (vgl. Gleichungen 2.24, 2.25). Für die obersten Quantenhallplateaus sind die zugehörigen Füllfaktoren ν angegeben. Über die angegebene Probennummer lässt sich (wie auch bei allen folgenden Messkurven) aus Anhang A entnehmen, welches Wafermaterial bei der Probenherstellung verwendet wurde.

jedoch eher badewannenförmig angenähert werden, was eine analytische Behandlung unmöglich macht. Mittels Störungsrechnung gelingt es dennoch, eine Näherungslösung für die Eigenenergien anzugeben:

$$E_{n,k_x} = E_S + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + V_{\text{Rand}}(y_k) \quad (3.34)$$

y_k ist nach wie vor die Zentrumsordinate. In der Mitte der Probe werden sich also die altbekannten Landauniveaus ausbilden, während diese zum Rand hin der Zentrumsordinate folgend mehr und mehr den Verlauf von $V_{\text{Rand}}(y)$ annehmen und nach oben hin gebogen werden. Die Situation ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Diese Randzustände weisen eine kontinuierliche Energieverteilung auf. Transport in derartigen Randzuständen findet folglich in einem eindimensionalen Kanal entlang der Ränder der Probe statt.

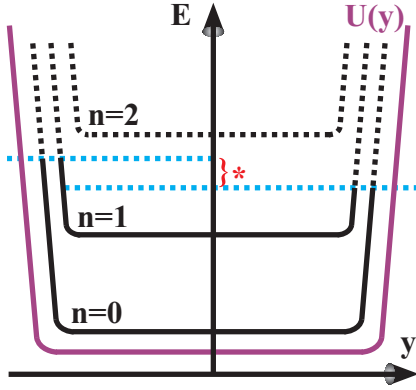


Abbildung 3.7: An den Rändern der Probe sind die Landauniveaus nach oben hin gekrümmt, um dem Verlauf des Einschlusspotenzials (violett) zu folgen, und bilden so eindimensionale Randkanäle, in denen rein ballistischer Stromfluss erfolgt. Die Zustände in den Randkanälen sind bei angelegter Spannung bis zu den jeweiligen Quasiferminiveaus (blau) gefüllt. Randkanäle an gegenüberliegenden Rändern tragen Strom in entgegengesetzte Richtung. Der Nettostrom wird von den Zuständen im mit einem roten Sternchen gekennzeichneten Energiebereich getragen.

Welche Richtung hat der Strom in einem solchen Randkanal? Betrachtet man die Geschwindigkeit der Ladungsträger $v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_x}$, so folgt mit $y_k = \frac{\hbar k_x}{eB}$:

$$v = \frac{1}{eB} \cdot \frac{\partial V_{\text{Rand}}}{\partial y} \quad (3.35)$$

Folglich hat v aufgrund der entgegengesetzten Steigung von $V_{\text{Rand}}(y)$ an gegenüberliegenden Seiten der Probe entgegengesetztes Vorzeichen. Stromfluss in verschiedenen Richtungen findet also räumlich voneinander getrennt statt.

Liegen die Quasiferminiveaus $F^+ \approx F^- \approx E_F$ gerade zwischen zwei Landauniveaus, so erfolgt der Transport in den Randkanälen rein ballistisch, denn es sind aufgrund der großen Entfernung zwischen den Randkanälen keine Streuungen zwischen vorwärts- und rückwärts laufenden Zuständen möglich. Liegt die Fermienergie E_F aber gerade im Bereich eines der Landauniveaus, so eröffnet sich über die vielen in der Mitte der Probe zur Verfügung stehenden Zustände die Möglichkeit von Streuprozessen und der elektrische Längswiderstand steigt an. Beim Durchschieben der Fermienergie durch die aufeinanderfolgenden Landauniveaus durch Variation der Ladungsträgerdichte, oder bei Veränderung der Lage der Landauniveaus durch Variation des äußeren Magnetfeldes treten abwechselnd beide Situationen auf. Die resultierenden Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdH) haben gemäß Gleichung 2.15 eine Periodizität auf der $\frac{1}{B}$ -Achse von:

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right)_{\text{SdH}} = \frac{(2)e}{\hbar n_s} \quad (3.36)$$

Der Faktor 2 im Zähler kommt hinzu, solange die Spinaufspaltung der Landauniveaus noch nicht aufgelöst ist. Dieser Zusammenhang eignet sich hervorragend, um im Experiment aus dem magnetfeldabhängigen Verlauf des Längswiderstandes die Ladungsträgerdichte n_s zu ermitteln.

Der Landauer-Büttiker Formalismus lässt sich nun problemlos auf den Fall anwenden, solange E_F gerade zwischen zwei Landauniveaus liegt. Transport findet dann nur in den Randkanälen statt. Jeder Randkanal ist ein perfekt ballistischer

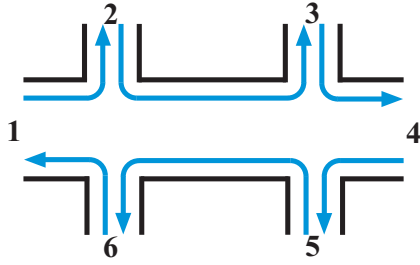


Abbildung 3.8: Zur Deutung des Quantenhalfeffekts: Liegt E_F zwischen zwei Landauniveaus, so erfolgt Transport ausschließlich über Randkanäle. Die Transmissionswahrscheinlichkeit in einem Randkanal zwischen benachbarten Kontakten ist auf allen verfügbaren Moden gleich eins. Andere Transmissionspfade als die blau gezeichneten sind nicht verfügbar.

Leiter, hat also in allen M zur Verfügung stehenden Moden die Transmissionswahrscheinlichkeit $T = 1$. Wie in Abbildung 3.8 gezeigt, enden alle Randkanäle jeweils am nächsten Kontakt. Kanäle zwischen nicht direkt benachbarten Kontakten gibt es im Idealfall nicht. Das heißt $\bar{T}_{16} = \bar{T}_{21} = \bar{T}_{32} = \bar{T}_{43} = \bar{T}_{54} = \bar{T}_{65} = M$. Nach Gleichung 3.24 gilt dann für die Leitfähigkeitskoeffizienten:

$$G_{16} = G_{21} = G_{32} = G_{43} = G_{54} = G_{65} = \frac{2e^2 M}{h} \quad , \quad G_{pq} = 0 \text{ sonst} \quad (3.37)$$

Die Anwendung der Büttikerformel 3.27 liefert:

$$\begin{aligned} I_1 &= G_{16}(U_1 - U_6), I_2 = G_{21}(U_2 - U_1), I_3 = G_{32}(U_3 - U_2), \\ I_4 &= G_{43}(U_4 - U_3), I_5 = G_{54}(U_5 - U_4), I_6 = G_{65}(U_6 - U_5) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Die Kontakte 2, 3, 5 und 6 sollen als stromlose Spannungskontakte genutzt werden: $I_2 = I_3 = I_5 = I_6 = 0$. Daraus folgt direkt:

$$U_1 = U_2 = U_3 \quad \text{und} \quad U_4 = U_5 = U_6 \quad (3.39)$$

Das heißt, die Kontakte 2 und 3 liegen auf dem Potenzial von Kontakt 1 und die Kontakte 5 und 6 auf dem Potenzial von Kontakt 4. Legt man $U_4 = 0$ fest, so folgt für den Strom $I_1 = -I_4 = G_{16} \cdot U_1$. Und damit ergibt sich für Längs- und Hallwiderstände:

$$R_{xx} = \frac{U_2 - U_3}{I_1} = \frac{U_5 - U_6}{I_1} = 0 \quad (3.40)$$

$$R_H = \frac{U_2 - U_6}{I_1} = \frac{U_3 - U_5}{I_1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{G_{16}} = \frac{h}{2e^2 M} \quad (3.41)$$

Im Längswiderstand erhält man also auch rechnerisch einen Widerstand von null Ohm, während der Ausdruck für den Hallwiderstand den reinen Kontaktwiderstand (Gleichung 3.18) widerspiegelt und unter Berücksichtigung der hier enthaltenen Spinartung sich mit Gleichung 3.33 deckt. Es bleibt noch die Frage wie E_F eigentlich zwischen zwei Landauniveaus liegen kann, wenn dort doch bis auf die Randkanäle keine Zustände vorhanden sind, die die Fermienergie pinnen könnten? Des Rätsels Lösung versteckt sich darin, dass reale 2DES aufgrund von Verunreinigungen Fluktuationen auf den Energieniveaus aufweisen, welche die Fermienergie

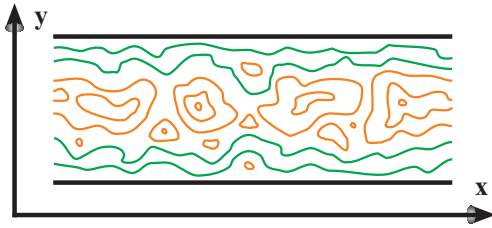


Abbildung 3.9: Äquipotenziallinien in einer realen Halbleiter auf Höhe von E_F . Randkanäle folgen den grünen Linien. Auf den orangenen Linien befinden sich lokalisierte Zustände, welche nicht zum Transport beitragen können, jedoch helfen, die Fermienergie auf der entsprechenden Höhe zu halten.

mehrmals über- und unterschreiten können (vgl. Abbildung 3.9). Diese entlang den Äquipotenziallinien laufenden Kanäle sind jedoch in sich geschlossen und können folglich keinen Beitrag zum Transport leisten. Zustände darin nennt man deshalb lokalisierte Zustände.

Kapitel 4

Herstellung und Charakterisierung von Mikrohallbars

Welche Größe muss nun für eine Hallbar gewählt werden, um damit in das Regime des ballistischen Transports vorzustößen? Die höchsten verfügbaren Beweglichkeiten der erhältlichen 2DES betragen ca. 10 Millionen cm^2/Vs . Dies entspricht nach Gleichung 2.26 bei typischen Ladungsträgerkonzentrationen von $2 - 4 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$ mittleren freien Weglängen von etwa $70 - 100 \mu\text{m}$. Um ballistische Effekte deutlich beobachten zu können, sollten die Dimensionen der Hallbar (Breite W , Länge L) mindestens um einen Faktor $2 - 5$, wenn nicht gar um einen Faktor 10 darunter liegen.

Hallbars in der Größe von $1 - 10 \mu\text{m}$, die im Folgenden als Mikrohallbars bezeichnet werden, herzustellen, stellt technisch zwar keinerlei Problem dar, jedoch sind hochbewegliche 2DES sehr empfindlich gegenüber gängigen Methoden der Halbleiterstrukturierung. Jedes noch so geringe Anätzen der Oberfläche führt zu Veränderungen der Oberflächenzustände. Diese sind für das Pinning der Fermienergie verantwortlich [27]. Bringt man Strukturen auf die Oberfläche auf, entstehen beim Abkühlen Verspannungen im Kristall. Dies hat die Erzeugung von starken variierenden Potenzialen zur Folge [28]. In beiden Fällen kommt es zwangsläufig zur Abnahme der Beweglichkeit. Besonders fatal wirken sich darüberhinaus in den Kristall implantierte Fremdionen aus. Je nach Eindringtiefe fungieren sie als mehr oder weniger starke Streuer.

Im Folgenden sollen die verwendeten Methoden zur Strukturierung vorgestellt und die verwendeten Messaufbauten erläutert werden, um schließlich die Materialparameter aus einfachen Messungen zu bestimmen. Alle relevanten Details zur Prozessierung finden sich im Anhang B übersichtlich zusammengestellt. Um die Qualität der erzeugten Strukturen unter Beweis zu stellen, wird das gut bekannte Experiment der transversalen magnetischen Fokussierung [29] durchgeführt und vorgestellt.

4.1 Strukturierung und Kontaktierung von Standard Hallbars

Für diese Arbeit wurden freundlicherweise von der Regensburger MBE Arbeitsgruppe um Werner Wegscheider extrem hochbewegliche (001)-orientierte GaAs/AlGaAs 2DES der neuesten Generation zur Verfügung gestellt. Ihre mittels van der Pauw Messungen [30] ermittelten Angaben zur Beweglichkeit rangieren im Bereich von $1,1 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und stechen damit Konkurrenten anderer führender MBE Labors aus. Auch wenn deren Produkte oft optisch den besseren Eindruck machen, was Abbildung 4.1 deutlich demonstriert. Was die Regensburger Wafer unansehnlich macht, sind sogenannte ovale Defekte [31], die in großer Anzahl im GaAs vorhanden sind. Kern derartiger Defekte sind feine Gallium Tröpfchen, welche auf der Waferoberfläche vorzugsweise in einer bestimmten Richtung diffundieren und so die charakteristische ellipsenförmige Struktur erzeugen. Die Galliumtröpfchen stehen zweifellos mit Tropfen kondensierten Galliums an der Öffnung der Gallium Effusionszelle in Zusammenhang. Zur Kondensation dieser Tropfen kommt es, da die Öffnung der Zelle, bedingt durch höhere Infrarot Abstrahlungsverluste, eine niedrigere Temperatur aufweist. Dies kann durch eine zusätzliche Heizung nur unzureichend ausgeglichen werden, ohne gleichzeitig die Qualität des zu wachsenden 2DES negativ zu beeinflussen [13]. Auf welche Art und Weise es aber zu einem Zerplatzen der Tröpfchen und Aufsprühen auf die Waferoberfläche kommen kann ist derzeit noch umstritten [32].

Bei makroskopischen Messmethoden, wie der van der Pauw Methode, bleiben diese Defekte ohne Bedeutung, da sich der Stromfluss durch die Probe stets den einfachsten Weg sucht. Jedoch stellen sie ein ernsthaftes Problem dar, sobald man auf der Waferoberfläche möglichst viele makellose Mikrostrukturen anordnen möchte. Egal, wie sorgfältig die herauszuätzenden Strukturen platziert werden, die Defekte führen stets zu einer Ausschussquote von mindestens 25%.

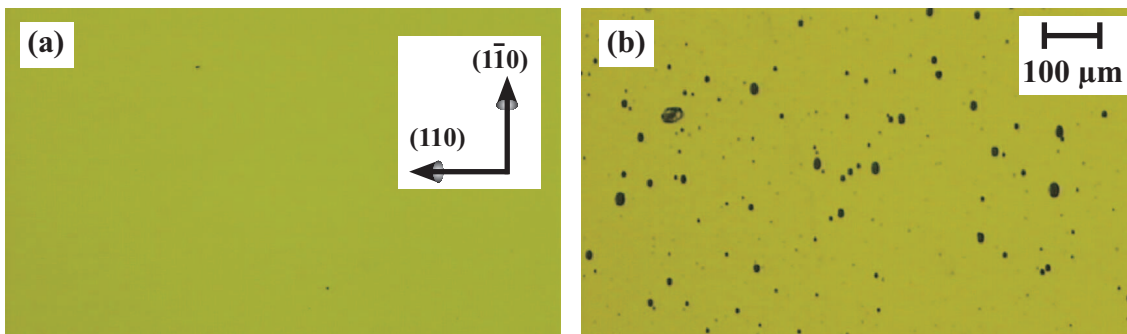


Abbildung 4.1: Vergleich zweier (001)-Wafer mit hochbeweglichem GaAs 2DES im Lichtmikroskop: (a) Wafer Nr. 6-155 der Gruppe Umansky. Parameter: $\mu \approx 1 \text{ Mio cm}^2/\text{Vs}$, $l_f \approx 5 \mu\text{m}$. (b) Wafer Nr. 040326A der Gruppe Wegscheider. Parameter: $\mu \approx 11 \text{ Mio cm}^2/\text{Vs}$, $l_f \approx 70 \mu\text{m}$. Auffallend ist die mehr als zehn mal so hohe Beweglichkeit, aber auch die vielen überwiegend in $(1\bar{1}0)$ -Richtung ausgerichteten ovalen Defekte.

Aus der Waferoberfläche werden mit gängigen Methoden der Mikrostrukturierung Hallbars, ähnlich derer in Abbildung 2.5 herausgeätzt. Von den 5 cm durchmessenden Wafern werden etwa $5 \times 5 \text{ mm}^2$ große Chips gebrochen. Auf einem solchen Chip lassen sich bis zu 64 Hallbars samt Kontakten unterbringen, die in Gruppen zu je 4 Stück in einer zusammenhängenden Struktur angeordnet sind. Zur Herstellung der Strukturen wird der Chip mit Photolack beschichtet und diese von einer vorgefertigten Quarzglasmaske mittels UV-Licht photolithographisch auf die Lackschicht übertragen. Die Strukturen im Lack werden nach dem Entwickeln in alkalischer Lösung mit Hilfe eines auf Essigsäure basierenden rein chemischen Ätzprozesses auf den Chip übertragen. Der elegantere Weg des chemisch-physikalischen Ätzens in reaktivem Plasma wurde nicht gewählt, um die der Elektronenbeweglichkeit abträgliche Implantation von Fremdionen in den GaAs Kristall auszuschließen.

Für die Herstellung von einwandfreien ohmschen Kontakten an den Spannungsabgriffen und den Stromzuführungen ist viel Know-How notwendig. Beim Aufbringen von Metallen auf die Oberfläche des GaAs Kristalls bildet sich zwangsläufig eine Schottky Barriere [33] aus. Um sie zu umgehen, sind mehrere Dinge nötig: Zunächst muss das Metall durch Erhitzen dazu gebracht werden, in den Kristall einzudiffundieren, ohne dass dafür Temperaturen erforderlich wären, die den Kristallaufbau schädigen. Außerdem muss sich das eindiffundierte Material fein verteilen, anstatt Klumpen zu bilden. Weiterhin muss die Austrittsarbeit des Metalls kleiner als die Elektronenaffinität (= Austrittsarbeit aus dem Leitungsband) des Halbleiters sein. Als altes „Hausrezept“ [34] hat sich diesbezüglich eine Gold-Germanium Legierung in Kombination mit Nickel bewährt. Mischt man Gold im Massenverhältnis 88:12 mit Germanium, so bildet die entstehende Legierung ein Eutektikum, das bereits bei 400°C schmilzt. Die Zugabe von Nickel verringert erfahrungsgemäß die Oberflächenspannung der flüssigen AuGe Legierung und beugt so der Entstehung von Klumpen beim Eindiffundieren vor.

In der Praxis überträgt man zunächst die Struktur der Kontakte in einem weiteren Photolithographie Schritt auf die Probe. Durch eine Behandlung mit konzentrierter Salzsäure werden anschließend natürliche Oxide, die die Kontaktqualität verringern können, von der GaAs Oberfläche entfernt. Im Hochvakuum (10^{-6} mbar) wird schließlich die AuGe Legierung aufgebracht und mit einer dünnen Deckschicht aus Nickel überdampft. Dabei ist zu beachten, dass die Menge des aufgebrachten AuGe die Eindringtiefe in den Kristall bestimmt. Sie muss mindestens bis in die Ebene des 2DES (typischerweise etwa 100 – 150 nm unter der Oberfläche) hinabreichen. Zum Eindiffundieren wird die Probe nach dem Aufdampfen im Legierofen nochmals bis über den Schmelzpunkt von AuGe erwärmt. Abbildung 4.2 zeigt eine fertig strukturierte Hallbar.

Erwähnenswert sind die in der Abbildung erkennbaren feinen Zähnchen um die Kontaktflächen herum. Sie haben zweierlei Aufgaben. Erstens sollen sie den Umfang des Kontakts erhöhen. Dessen Widerstand skaliert nicht mit seiner Fläche, sondern mit der Länge der Grenzlinie zwischen 2DES und Metall. Zweitens sollen die Zähnchen sicherstellen, dass Stromfluss in den Kontakt hinein in allen denk-

baren Kristallrichtungen stattfinden kann, denn erfahrungsgemäß existieren für die Kontaktqualität gute und schlechte Richtungen in GaAs.

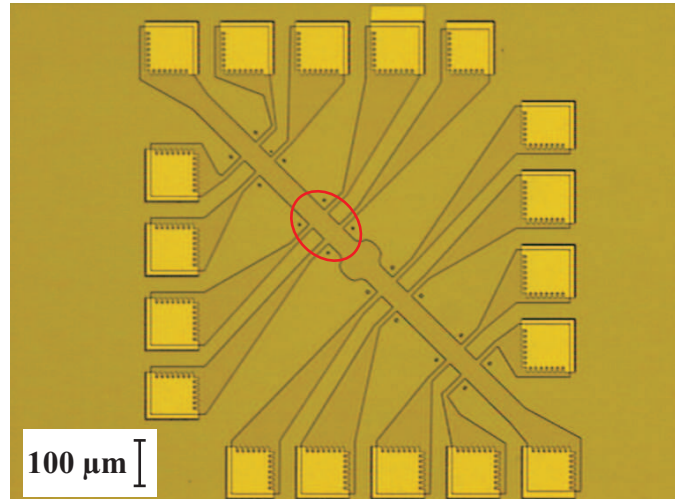


Abbildung 4.2: Lichtmikroskopische Aufnahme einer fertig strukturierten Standardhallbar (Probe Nr. 95, Wafer Eberl 8788) mit ohmschen Kontakten. Sie beinhaltet vier aktive Bereiche der Dimension $L = W = 40 \mu\text{m}$ (rot markiert) mit je vier Spannungsabgriffen. Der Durchmesser dieser Potenzialsonden beträgt $d = 10 \mu\text{m}$. Die vier Pünktchen neben den Spannungsabgriffen dienen als Justiermarken für die folgenden Prozessschritte zur Strukturierung der eingengten Hallbars. Der Überlapp eines der oberen Kontakte dient zur Identifizierung der einzelnen Hallbars auf einem Chip untereinander. Die Verbreiterung der Hallbar in Mitte und die Verdrehung um 45° haben hier keinerlei spezielle Bedeutung.

4.2 Strukturierung der Einengungen

Um den photolithographisch hergestellten Hallbars Einschränkungen in der geforderten Größenordnung aufzuprägen, wird Elektronenstrahlolithographie (ESL) verwendet. Sie ist im Prinzip der Photolithographie ähnlich, nur dass Elektronenstrahl-empfindlicher Polymerlack verwendet wird und die Probe mit Hilfe eines Rasterelektronenmikroskops (REM) „belichtet“ wird [35]. Dies hat einerseits den Vorteil, dass die Grenze der Auflösung der herkömmlichen Photolithographie von $1 - 2 \mu\text{m}$ problemlos weit unterschritten werden kann. Andererseits ermöglicht ESL ein hohes Maß an Flexibilität beim Design der gewünschten Strukturen. Man ist nicht auf vorgefertigte Masken angewiesen, sondern kann beliebige Belichtungsmuster erzeugen.

Zum Ätzen der Einengungen muss allerdings auf die Methode des reaktiven Ionenätzens (RIE) ausgewichen werden. Die Abbildung 4.3 führt den Unterschied zwischen einer nasschemisch und einer mittels RIE geätzten Struktur in GaAs vor Augen. Während die nasschemisch erzeugten Kanten Unebenheiten von bis zu $1 \mu\text{m}$ aufweisen, scheinen die mit RIE geätzten Kanten geradezu perfekt glatt zu

sein. Tatsächlich ermöglicht RIE ohne großen Aufwand das Ätzen von Ecken mit Krümmungsradien von weit unter 100 nm. Im Hinblick auf Experimente mit ballistischen Elektronen ist es vorteilhaft, Probenränder so glatt wie möglich zu halten, um ungewünschte Streueffekte zu vermeiden.

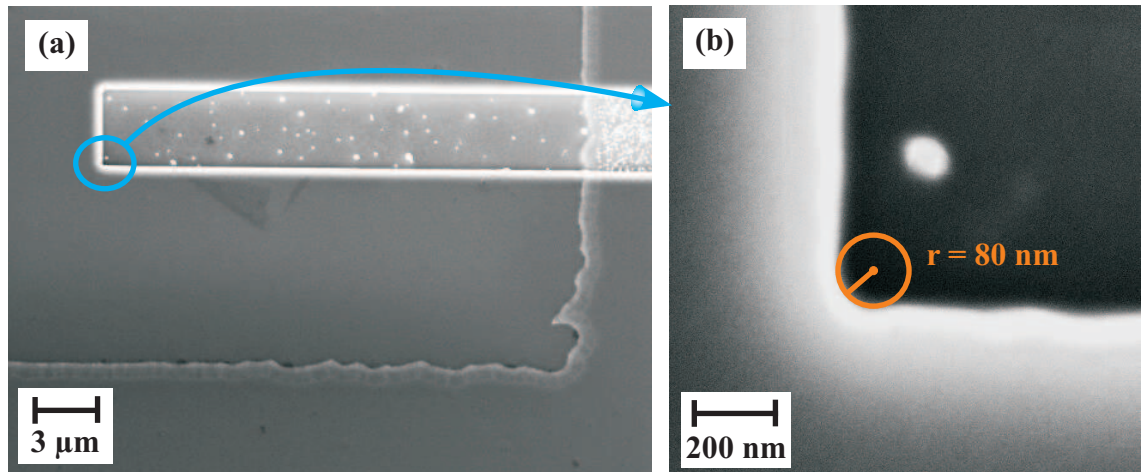


Abbildung 4.3: REM Aufnahmen zur Untersuchung der Qualität der RIE-geätzten Mikrohallbars. (a) Vergleich zweier Ätzkanten bei 4.100-facher Vergrößerung. Während die obere Struktur mittels RIE geätzt wurde, kam die untere nasschemisch zustande und weist eklatante Unebenheiten auf. Die in der RIE geätzte Fläche zeigt die typischen hell erscheinenden Abscheidungen, wobei es sich wohl größtenteils um Chlorid Salze handelt, die bei Reaktion des chlorhaltigen Plasmas mit den Bestandteilen des Halbleiters entstehen. (b) Bestimmung des Krümmungsradius r einer RIE geätzten Ecke bei 56.000-facher Vergrößerung.

Beim RIE Ätzen wird ein Prozessgas, wie z.B. SiCl_4 , ionisiert und die Ionen des entstandenen Plasmas in einem Wechselfeld zur Halbleiteroberfläche hin beschleunigt [36]. Dort lösen sie einerseits auf physikalische Weise über Impulsübertrag Atome aus der Oberfläche heraus. Zusätzlich werden auf chemischem Wege Atome durch Reaktionen mit dem Prozessgas abgelöst. Die physikalische Komponente stellt, wie bereits erwähnt, wegen der Gefahr der Implantation von Fremdionen in den Kristall eine Gefährdung der Elektronenbeweglichkeit dar. Dem lässt sich in begrenztem Maße vorbeugen, indem einerseits ein hoher Prozessdruck gewählt und andererseits die Leistung des eingestrahlten Wechselfeldes abgesenkt wird. Beides trägt dazu bei, dass die Ionen mit weniger Energie auf den Kristall treffen und so die Implantationswahrscheinlichkeit sinkt.

Um eine einheitliche Schnittstelle zu den verwendeten Messanordnungen bereitzustellen, werden die fertigen Probenstücke in einen 20-poligen Chipcarrier eingeklebt und dessen Pins mit den Kontakten der Proben durch Ultraschall gebundene Drähte miteinander verbunden. Abbildung 4.4 zeigt eine fertige Probe im Chipcarrier sowie interessante Ausschnittsvergrößerungen. Es wurden Mikrohallbars mit Längen und Breiten im Bereich von 2 – 15 µm gefertigt.

Als problematisch erwies sich die Wahl der Breite d der Spannungsabgriffe. In

GaAs bilden sich an den Rändern des 2DES Verarmungszonen aus, in denen keine Leitfähigkeit vorhanden ist [37, 38]. Ihre Breite hängt unter anderem von der Fermiwellenlänge und der Temperatur ab. Durch Freisetzung zusätzlicher Ladungsträger mittels Beleuchtung bei tiefen Temperaturen (siehe hierzu Abschnitt 7.3) gelingt es im Allgemeinen, diese Verarmungszonen in ihrer Breite zu verringern, doch erfahrungsgemäß ist es in Strukturen mit Breiten von unterhalb $d = 300$ nm kaum mehr möglich, ein funktionierendes 2DES aufrechtzuerhalten.

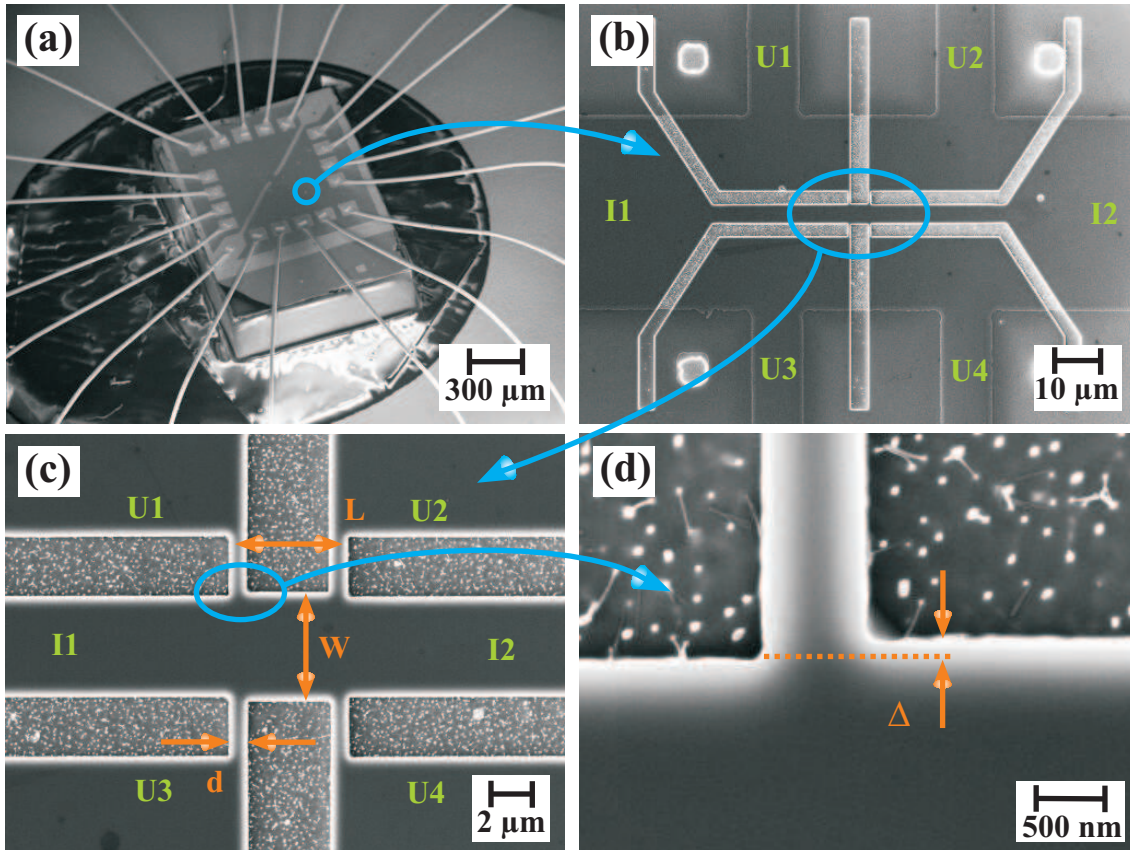


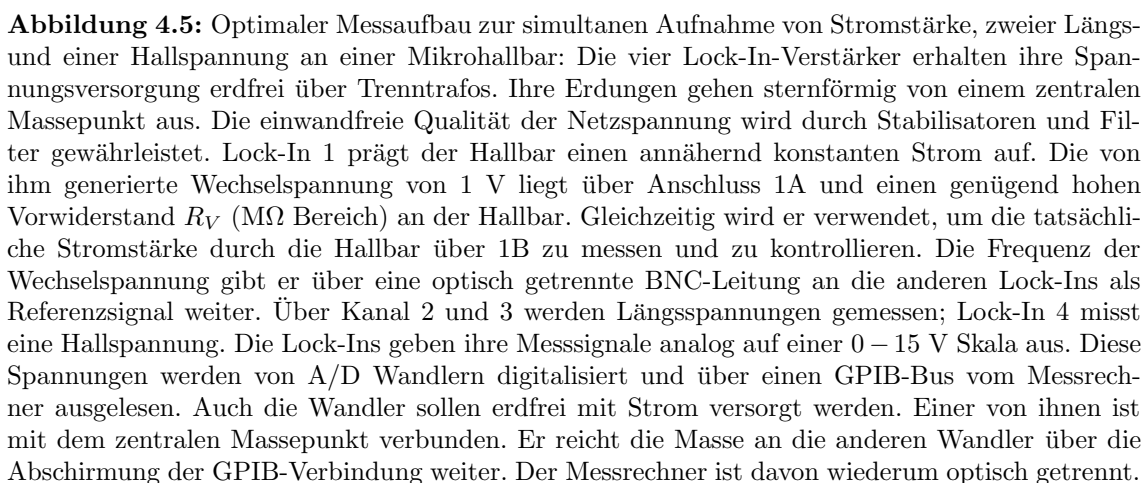
Abbildung 4.4: Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen der fertig strukturierten Probe Nr. 109d. (a) Gesamtansicht der fertig strukturierten, in den Chipcarrier eingeklebten und gebundenen Probe. (b) Einer der vier aktiven Bereiche entlang der Hallbar bei 1.000-facher Vergrößerung. $I1$ und $I2$ bezeichnet die beiden Stromzuführungen. Die Spannungsabgriffe sind mit $U1$ bis $U4$ gekennzeichnet. Die hellen Punkte in der Nähe der vier Ecken dienen bei der ESL als Orientierungsmarken. (c) 5.000-fache Vergrößerung des eingeschränkten Bereichs. Länge L , Breite W und Potenzialsondendurchmesser d definieren sich wie gezeigt. Hier ist $L = W = 5$ µm und $d = 600$ nm. (d) Weitere Ausschnittsvergrößerung bei 20.000-facher Vergrößerung. Zu erkennen ist ein leichter Versatz Δ zwischen den beiden Kanten, die eigentlich auf exakt gleicher Höhe liegen sollten. Hier beträgt $\Delta \approx 80 - 90$ nm. Der Versatz kommt durch unvermeidbare Driftbewegungen der Unterlage der Probe im REM zustande und lässt sich weitgehend vermeiden, wenn beide Teile der Struktur unmittelbar aufeinander folgend belichtet werden.

Eine Bestimmung der effektiven Breite d_{eff} der Potenzialsonden gelingt folgendermaßen: Misst man an einer Probe mit bekannter Fermiwellenlänge λ_F den Längswiderstand durch 2-Punkt Messung, so handelt es sich nach Beziehung 3.20 um die Summe aus Kontakt- und Probenwiderstand. Den reinen Kontaktwiderstand R_k erhält man einfach durch Subtraktion des an der selben Stelle gemessenen 4-Punkt Längswiderstandes. Mit Gleichung 3.18 lässt sich aus R_k die Anzahl der Moden M ermitteln, die durch die beiden verwendeten Potenzialabgriffe passen. Mit Hilfe der Näherungsformel 3.9 kann man schließlich auf die effektive Breite d_{eff} rückrechnen. Exemplarisch wurde dies an Probe Nr. 109n bei tiefer Temperatur ($\Theta = 300$ mK) ohne äußeres Magnetfeld vorgenommen. Sie weist eine strukturierte Breite ihrer Spannungsabgriffe von $d = 600$ nm auf. Es wurde ein 2-Punkt Widerstand von $(800 \pm 10) \Omega$ gemessen. Der 4-Punkt Widerstand liegt bei der gewählten Temperatur bei 1Ω , ist also vernachlässigbar. Aus $R_k = (800 \pm 10) \Omega$ ergibt sich eine Anzahl von $M \approx 16$ Moden. Mit Hilfe der zuvor in einem Magnetotransportexperiment bestimmten Fermiwellenlänge von $\lambda_F = (55 \pm 2)$ nm lässt sich daraus eine effektive Breite von $d_{\text{eff}} = (437 \pm 10)$ nm ableiten. Das bedeutet wiederum, dass die Breite der Verarmungszonen an den Rändern des 2DES je (82 ± 5) nm beträgt. Die meisten der nachfolgend vorgestellten Experimente wurden an Proben mit Potenzialsondenbreite $d = 600$ nm durchgeführt.

4.3 Magnetotransportmessungen

Funktionierende Proben vorausgesetzt, sind drei Dinge für erfolgreiche Magnetotransportmessungen erforderlich: Ein richtig zur Anwendung gebrachtes Sortiment an Messgeräten, ein Kryostat zum Einstellen der gewünschten Messtemperatur, sowie ein variables Magnetfeld von ausreichender Stärke.

Wie in Abschnitt 3.4 bereits erwähnt, empfiehlt es sich, bei der Durchführung von Strom- oder Spannungsmessungen das Regime linearer Antwort nicht zu verlassen. Nach Gleichung 3.28 sind bei Messtemperaturen um 1 K dafür Spannungen im Mikrovolt Bereich zu verwenden. Bei typischen Widerständen um $1 \text{ k}\Omega$ hat man es deshalb mit Stromstärken im Bereich von Nanoampere zu tun. Derart empfindliche Messungen sind im Allgemeinen sehr störanfällig. Daher liegt es nahe, auf die auf niederfrequenten Wechselspannungsmessungen beruhende Lock-In Messtechnik zurückzugreifen [39]. Mit ihr lassen sich auch übermäßig starke Störsignale sehr effektiv von den schwachen Messsignalen trennen. Jedoch gilt es bei der Gestaltung des Messaufbaus auf optimale Bedingungen zu achten. Üblicherweise werden mit mehreren Messgeräten gleichzeitig mehrere interessierende Spannungen und Ströme an einer Probe gemessen. Bei der Verschaltung der Messgeräte untereinander und bei der Verbindung zum Messrechner ist höchste Vorsicht geboten. Das Hauptaugenmerk sollte dabei auf einer sternförmigen Anordnung der Masseleitungen zu den einzelnen Geräten liegen, um Masseschleifen zu verhindern. Diese fangen sonst die verschiedensten elektromagnetischen Störsignale ein. Abbildung 4.5 zeigt einen op-



timal gestalteten Messaufbau, wie er zur Aufnahme der Längs- und Hallspannungen der Mikrohallbars verwendet wurde.

Voraussetzung für sinnvolle Messungen an einem 2DES sind natürlich hinreichend tiefe Temperaturen. Je nach gewünschter Temperatur kommen verschiedene Kryostatsysteme zur Anwendung [40]. Mit einem herkömmlichen Helium-4 Kryostaten, der das natürliche ^4He Isotop als Kühlmittel verwendet, lassen sich durch Erniedrigen des Dampfdrucks Temperaturen um 1,4 K erreichen. Für den Temperaturbereich bis hinab zu ca. 280 mK eignen sich Systeme mit dem seltenen Heliumisotop ^3He als Kühlmittel. Ein Helium-3 Kryostat lässt sich im einfachsten Fall mit einem Helium-4 Kryostaten realisieren, dem als zweite Kühlstufe ein mit ^3He gefülltes Gefäß eingeführt wird. Für noch wesentlich tiefere Temperaturen bis zu 15 mK sind Mischkryostatsysteme erforderlich. Diese arbeiten mit einer Mischung aus ^3He und ^4He . Sie beruhen auf der Tatsache, dass in derartigen Gemischen eine Phasentrennung zwischen einer ^3He -reichen und einer ^3He -armen Phase auftritt. Die Kühlleistung wird durch einen Verdampfungsvorgang von ^3He aus der angereicherten in die verdünnte Phase hinein erreicht. Der prinzipielle Aufbau eines Mischkryostatsystems ist in Abbildung 4.6 erläutert.

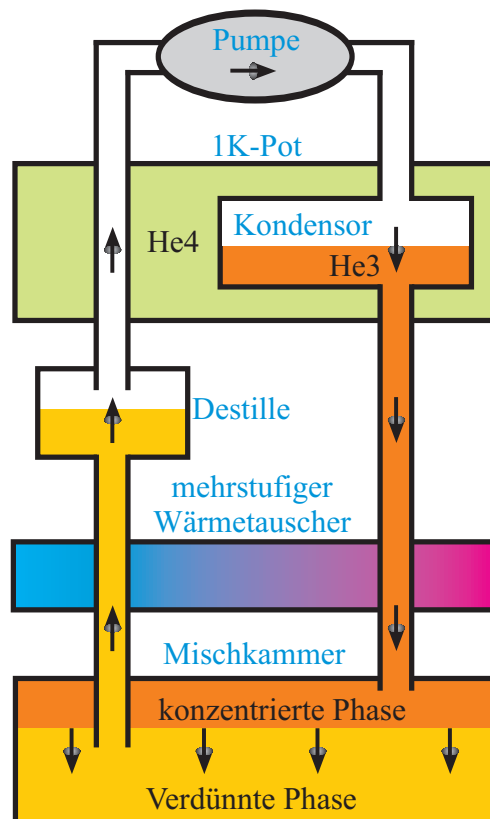


Abbildung 4.6: Prinzip eines Mischkryostats: Die Mischung aus ^3He und ^4He separiert in eine verdünnte Phase mit ca. 7% ^3He -Gehalt und eine angereicherte Phase mit rund 99% ^3He . In der Destille wird ^3He Dampf abgepumpt. Das ^4He bleibt aufgrund seiner höheren Siedetemperatur in der flüssigen Phase zurück. Das der verdünnten Phase verlorengegangene ^3He wird durch Verdampfung aus der konzentrierten Phase nachgeliefert. Beim Verdampfen wird der konzentrierten Phase Wärme entzogen. Im Kondensor wird der ^3He Dampf durch Wärmekontakt mit dem umgebenden ^4He Bad im 1 K Pot, der auf weniger als 2 K gehalten wird, wieder verflüssigt und gelangt über eine Serie von Wärmetauschern vorgekühlt wieder in die angereicherte Phase in der Mischkammer. Die Kunst besteht einerseits in der Konstruktion der Wärmetauscher, sowie darin, durch richtige Wahl der Füllmengen von ^3He und ^4He , sowie der Geometrie der Mischkammer und der Zuleitungen die Ausbildung der Phasengrenze genau in der Mischkammer zu bewirken.

Zur Erzeugung der Magnetfelder sind in allen Kryostatsystemen supraleitende Spulen eingebaut. Mit ihnen lassen sich in Regensburg Felder bis zu 19 T erzeugen [41]. Derart hohe Felder sind bisweilen nötig, um spezielle Quanteneffekte, wie etwa

den gebrochenzahligen Quantenhalfeffekt [26, 42] zu beobachten. Für Experimente zur ballistischen Bewegung von Elektronen reichen jedoch auch wesentlich kleinere Felder. Um ein Elektron mit einer typischen Fermigeschwindigkeit von $2 \cdot 10^5$ m/s auf eine $1 \mu\text{m}$ durchmessende Kreisbahn zu zwingen, reicht nach Gleichung 2.23 eine Feldstärke von 147 mT aus.

4.4 Bestimmung der Materialparameter

Wie in Kapitel 2.3 gezeigt, ist zur grundlegenden Charakterisierung der Qualität hochbeweglicher 2D Systeme die Angabe von zwei verschiedenen Streuzeiten notwendig. Während sich die Transportstreuzeit τ_t mühelos über Gleichungen 2.22 und 2.24 aus der Ladungsträgerdichte und dem Längswiderstand bei $B = 0$ T berechnen lässt, ist die Bestimmung der Quantenstreuzeit τ_s etwas aufwendiger.

Jegliche Streuprozesse, einschließlich Kleinwinkel Vorwärtsstreuungen führen zu einer Streuverbreiterung der Landauniveaus im Quanten Hall Regime. So lässt sich die energetische Breite Γ eines Landauniveaus direkt durch die Quantenstreuzeit τ_s ausdrücken:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{2\tau_s} \quad (4.1)$$

Shubnikov-de Haas-Oszillationen bilden sich im Längswiderstand erst aus, sobald die Abstände zwischen den Landauniveaus aufgelöst werden können. Der Grad der Ausprägung der Oszillationen hängt davon ab, wie sauber benachbarte Niveaus voneinander getrennt sind. Demnach muss sich die Quantenstreuzeit aus dem Verhalten der Amplituden der Shubnikov-de Haas-Oszillationen herauslesen lassen. Nach [43] gilt für die SdH Amplitude ΔR folgender Zusammenhang:

$$\Delta R(B) = 4R_0(B)X(B, \Theta)\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c(B)\tau_s}\right) \quad (4.2)$$

Die Amplituden ΔR sind dabei gegenüber einem Wert R_0 gemessen, der sich als gedachter Längswiderstand ergeben würde, wären die SdH Oszillationen unterdrückt. R_0 ist festgelegt als Mittelwert zwischen dem jeweiligen Extremum (egal ob Minimum oder Maximum) und dem Mittelwert der beiden angrenzenden Extrema (siehe hierzu Abbildung 4.7). $X(B, \Theta)$ ist ein Dämpfungsterm, der die temperaturbedingte Streuverbreiterung berücksichtigen soll:

$$X(B, \Theta) = \frac{2\pi^2 \frac{k_B\Theta}{\hbar\omega_c(B)}}{\sinh\left(2\pi^2 \frac{k_B\Theta}{\hbar\omega_c(B)}\right)} \quad (4.3)$$

Zur Bestimmung der Quantenstreuzeit hat sich ein Verfahren etabliert, welches in [44] beschrieben wird. Wendet man auf Gleichung 4.2 den Logarithmus an, so ergibt sich:

$$\ln\left(\frac{\Delta R}{R_0 X}\right) = \ln 4 - \frac{\pi m^*}{\tau_s e} \cdot \frac{1}{B} \quad (4.4)$$

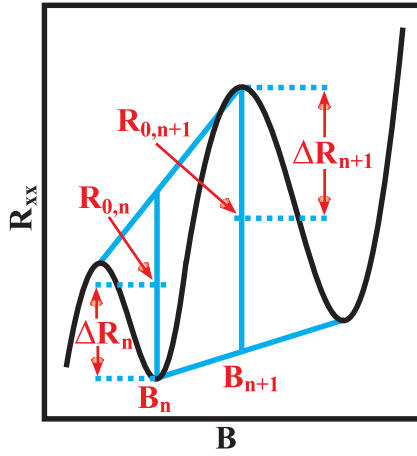


Abbildung 4.7: Zur Definition der Größen R_0 und ΔR , die bei der Bestimmung der Quantenstreuzeit τ_s Verwendung finden: Mit R_0 wird der hypothetische Wert des Längswiderstandes bei bestimmtem Magnetfeld bezeichnet, der sich ergeben würde, wenn die Amplitude der Shubnikow-de Haas-Oszillationen auf Null zurückgehen würde. Er ist als Mittelpunkt des Abstands zwischen einem Extremum und dem Mittelwert der beiden angrenzenden Extrema festgelegt. Der Abstand zwischen dem jeweiligen Extremum, egal ob Minimum oder Maximum, zu R_0 wird mit ΔR bezeichnet.

Eine logarithmische Auftragung von $\frac{\Delta R}{R_0 X}$ gegenüber dem inversen Magnetfeld liefert also eine Gerade, deren Steigung die Quantenstreuzeit enthält. Jedoch erweist sich diese auch Dingleplot genannte Auftragung oft als sehr unzuverlässig. Die Schwächen der Methode werden in [45] detailliert erläutert. Problematisch dabei ist die hohe Sensibilität der Methode gegenüber Unregelmäßigkeiten der SdH Amplituden aufgrund von Inhomogenitäten in der Ladungsträgerdichteverteilung entlang der Hallbar. Bereits geringe Dichteschwankungen, wie sie im 2DES üblich sind, können zum Teil Fehler von einigen hundert Prozent verursachen! Auch kann es vorkommen, dass eine Auswertung ohne Berücksichtigung des thermischen Korrekturfaktors X ein realistischeres Ergebnis liefert als bei Miteinbeziehung von X . Angaben von Quantenstreuzeiten sind deshalb grundsätzlich mit großem Fehler behaftet.

In Abbildung 4.8 sind unterschiedliche Shubnikow-de Haas-Oszillationen des selben Probenmaterials gegenübergestellt, die zum einen an einer breiten rein nasschemisch hergestellten Hallbar gemessen wurden und zum anderen an einer mittels RIE Ätzverfahren eingengten Hallbar. Die Oszillationen an der eingengten Hallbar haben deutlich geringere Amplituden als im uneingeschränkten Fall. Eine Bestimmung der beiden zugehörigen Quantenstreuzeiten mittels Dingleplot brachte folgendes Ergebnis: Während die nicht mit RIE behandelte breite Hallbar eine Quantenstreuzeit von $\tau_s = 18,4$ ps aufweist, beträgt sie an der eingeschränkten Hallbar gerade mal 1,7 ps. Woher kommt der große Unterschied?

Betrachtet man die dazugehörigen aus den Beweglichkeiten bestimmten Transportstreuzeiten τ_t , so fällt auf, dass sich der Wert der eingeschränkten Hallbar von 760 ps nicht so stark von den 1320 ps unterscheidet, die an der breiten Hallbar gemessen wurden. Das bedeutet: Während die Transportstreuzeit der eingeschränkten Hallbar nur um einen Faktor 1,7 kleiner ist, als bei der breiten Hallbar, so liegt die Quantenstreuzeit um einen Faktor 11 darunter! Tabelle 4.1 zeigt diese Ergebnisse im Überblick. Demnach sinkt die Quantenstreuzeit beim Plasmaätzen mehr als sechs mal so stark ab, wie die Transportstreuzeit. Diese Beobachtung deutet darauf hin, dass während des Ätzens trotz der schonenden Prozessparameter tatsächlich eine

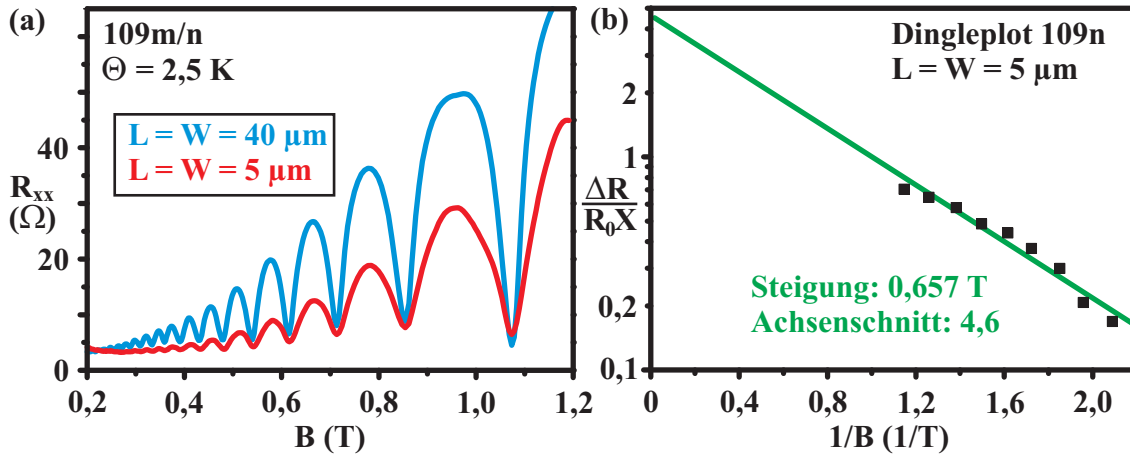


Abbildung 4.8: (a) Vergleich zweier am selben Probenmaterial gemessenen SdH Oszillationen. Die blaue Kurve wurde an einer rein nasschemisch geätzten Hallbar aufgenommen; die rote Kurve an einer nasschemisch hergestellten und mittels RIE eingengten Hallbar. Ihre deutlich niedrigeren Oszillationsamplituden deuten auf eine verringerte Quantenstreuzeit hin. (b) Bestimmung der Quantenstreuzeit an der eingengten Hallbar: Aus der Steigung des Dingleplots lässt sich eine relativ geringe Streuzeit von $\tau_s = 1,7$ ps ableiten. Der Dingleplot scheint in diesem Fall eine realistische Angabe von τ_s zu ermöglichen, da der Achsenschnitt der Fitgerade erwartungsgemäß in der Nähe von 4 liegt. Auf die gleiche Weise bestimmt sich τ_s an der breiten Hallbar zu 18,4 ps.

Implantation von Ionen in die oberen Schichten des Halbleiterkristalls stattgefunden hat. Die implantierten Ionen fungieren dort nicht als starke Streuer, die sich in der Transportstreuzeit bemerkbar machen würden. Vielmehr erfahren die Ladungsträger im 2DES die Auswirkungen der elektrischen Coulombfelder der Fremdionen in Form von Kleinwinkel Vorwärtsstreuungen. Diese machen sich ausschließlich in den Quantenstreuzeiten bemerkbar, nicht dagegen in den Transportstreuzeiten.

Tabelle 4.1: Übersicht über Transport- und Quantenstreuzeiten zweier Probenstücke vom selben Wafer Wegscheider #D040328A nach den unterschiedlichen Strukturierungsprozessen.

	Beweglichkeit μ [cm ² /Vs]	Transport- streuzeit τ_t [ps]	Quanten- streuzeit τ_s [ps]
vollständiger Wafer	$11 \cdot 10^6$	-	-
nur nassgeätztes Stück	$7,3 \cdot 10^6$	1320	18,4
nass- und RIE-geätztes Stück	$4,2 \cdot 10^6$	760	1,7
Streuzeitenverhältnis der beiden Stücke		1,7 : 1	10,8 : 1

Hier drängt sich unmittelbar die Frage auf, ob es überhaupt Sinn macht, für ballistische Hallbar Strukturen eine Quantenstreuzeit anzugeben. Die Elektronen bewegen sich bei einem senkrecht angelegten äußeren Magnetfeld auf Zyklotronbahnen. Diese werden nur durch spiegelbildliche Reflexionen an den Rändern der Hallbar unterbrochen. Auf diesen Skipping Orbits propagieren die Elektronen an den Rändern der Hallbar entlang. Könnte es sein, dass die geringen Quantenstreuzeiten durch die häufigen Reflexionen am Rand verursacht werden?

Ein Elektron, das eine Mikrohalla der Länge L auf Skipping Orbits durchläuft, muss unabhängig vom genauen Wert des Magnetfeldes und damit unabhängig von der Anzahl der Randreflexionen eine Strecke von $\pi \cdot \frac{L}{2}$ zurücklegen. Bei einer typischen Probengröße von $L = 5 \mu\text{m}$ beläuft sich diese Strecke auf $7,9 \mu\text{m}$. Die gemessene Quantenstreuzeit von $\tau_s = 1,7 \text{ ps}$ führt bei einer Fermigeschwindigkeit von $v_F \approx 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ zu einer korrespondierenden freien Weglänge von $0,34 \mu\text{m}$. Das Elektron hat also beim Durchgang durch die Halla mit bis zu 23 Kleinwinkel Vorwärtsstreuungen zu rechnen. Gleichzeitig erfährt es aber in dem für die in den folgenden Abschnitten beschriebenen Experimente relevanten Magnetfeldbereich gerade mal ein bis vier Reflexionen am Halla Rand. Unter diesem Aspekt scheint es durchaus vernünftig, eine Quantenstreuzeit anzugeben und es ist anzunehmen, dass diese auch ein realistisches Maß für die Häufigkeit der Streuungen im Potenzial der ionisierten Donatoren angibt und nicht nur durch die häufigen Reflexionen am Rand zustande kommt.

4.5 Transversales Fokussierungsexperiment

In der zweiten Hälfte der 1980er Jahre wurden erstmals Effekte beobachtet, die auf rein ballistischem Transport von Elektronen beruhen. Den Anfang machte Roukes 1987 mit der Entdeckung der Unterdrückung (*Quenching*) des Hall Effekts [46]. In Abbildung 4.9 sind Versuchsanordnung und Messsignal skizziert. Dabei wird die Hallspannung an einem sehr engen stromdurchflossenen Hallkreuz gemessen. Im Bereich kleiner Magnetfelder mit entsprechend großen Krümmungsradien der zugehörigen Zyklotronorbits kann es vorkommen, dass Elektronen durch Reflexion an den abgeflachten Ecken des Hallkreuzes nicht den durch die Richtung der Lorentzkraft vorgegebenen Kontakt erreichen, sondern in den gegenüberliegenden Kontakt abgelenkt werden. Im diffusiven Regime ist dies ausgeschlossen, da die Elektronen durch häufige Streuprozesse ständig ihre Bewegungsrichtung ändern. Nach jedem Stoß erhalten sie eine Komponente zur Bewegung in Richtung der wirkenden Kraft. So ergibt sich im Mittel eine effektive Nettobewegung in Richtung der Lorentzkraft. Im ballistischen Fall macht sich das Quenching des Hall Effekts bemerkbar durch einen nichtlinearen Verlauf der Hallspannung bei kleinen Feldern, entweder in Form eines Plateaus bei $U_H \approx 0 \Omega$ oder einen Bereich, in dem $U_H(B)$ eine negative Steigung aufweist.

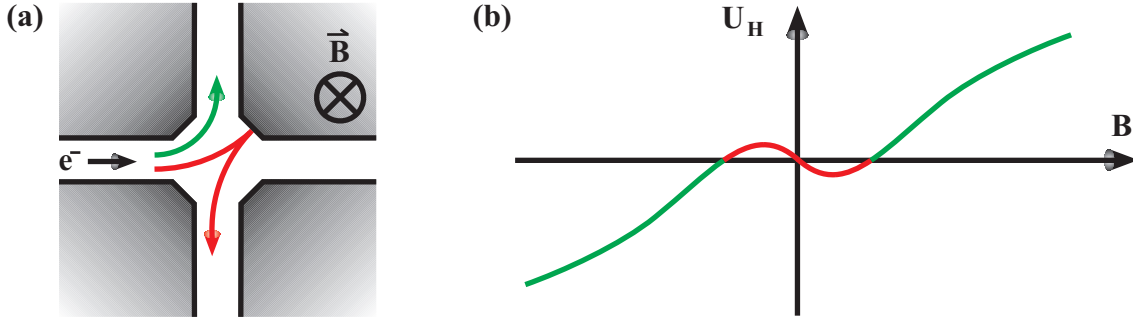


Abbildung 4.9: (a) Hallkreuz im ballistischen Regime, dem in waagrechter Richtung ein Strom aufgeprägt ist. An den senkrechten Kontakten wird die Hallspannung abgegriffen. Bei kleinen Feldern (rot) kann es vorkommen, dass Elektronen bei der angegebenen Richtung des Magnetfeldes durch Reflexion an den abgeflachten Ecken des Kreuzes in den „falschen“ Kontakt geraten. (b) Prinzipieller Verlauf der Hallspannung U_H bei einem ballistischen Hallkreuz. Im Bereich kleiner Felder (rot) kann es zum Quenching des Hall Effekts kommen, der sich in einer negativen Steigung der Hallspannung oder in einem Plateau um Null äußert.

Die Entdeckung des unterdrückten Hall Effekts bildete den Auftakt für eine ganze Reihe von ballistischen Effekten, die durch höhere Beweglichkeiten der verfügbaren Materialien zugänglich wurden. Einen interessanten Überblick dazu findet man in einem Artikel von Beenakker [24]. Einer der schönsten Effekte dürfte aber die transversale magnetische Fokussierung sein, die erstmals 1988 durch van Houten [29] beobachtet wurde. Die Versuchsanordnung und eine Originalmesskurve sind in Abbildung 4.10 gezeigt. Dabei wird durch einen möglichst engen Kontakt ein Strom seitlich in eine Hallbar injiziert. Im ballistischen Regime propagieren die injizierten Elektronen bei angelegtem senkrechten äußeren Magnetfeld auf Skipping Orbits an den Rändern der Hallbar entlang. In einer Entfernung L vom Injektorkontakt befindet sich ein weiterer Punktkontakt, der als Kollektor bezeichnet wird. Beträgt der Abstand L gerade ein Vielfaches des Zyklotrondurchmessers $2R_c$, so können Elektronen, die im senkrechten Winkel injiziert wurden, in den Kollektorkontakt eintreten:

$$L = i \cdot 2R_c \quad \text{mit} \quad i \in \mathbb{N} \quad (4.5)$$

Ansonsten setzen sie ihre Bahn über den schmalen Kontakt hinweg fort. Erreichen viele Elektronen den Kollektorkontakt, lässt sich dies in einem Anstieg der Kollektorspannung U_c beobachten, welche quer über die Hallbar vom Kollektorkontakt zu einem weiteren gegenüberliegenden Kontakt gemessen wird. Bei Erhöhung des Magnetfeldes und entsprechender Abnahme des Zyklotrondurchmessers treten somit B -periodische Oszillationen in der Kollektorspannung auf. Ihre Periode $\Delta(B)$ lässt sich aus Kombination der Gleichungen 4.5, 2.23 und 2.5 bestimmen:

$$\Delta(B) = \frac{2\hbar}{eL} \sqrt{2\pi n_s} \quad (4.6)$$

Die i -te Fokussierungsozillation wird durch Elektronen hervorgerufen, welche $i - 1$ Reflexionen am Rand der Hallbar hinter sich haben. Zu Beachten ist dabei: Ein Teil

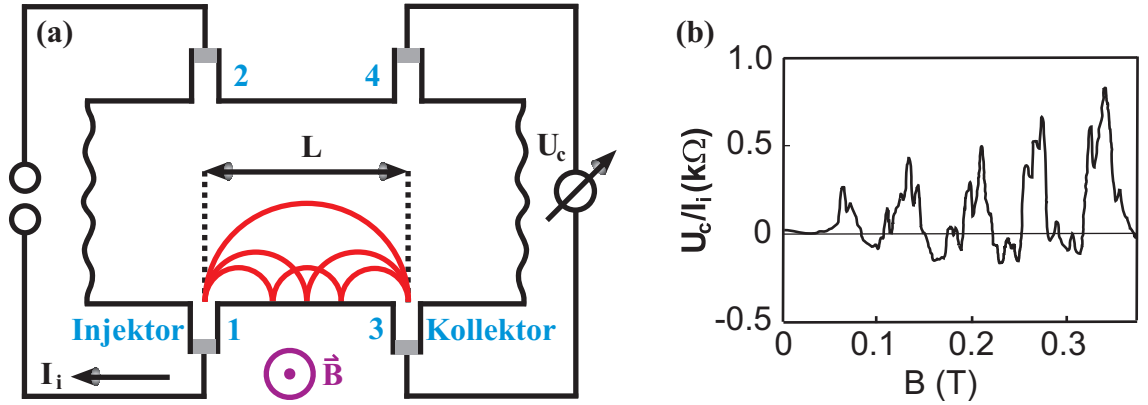


Abbildung 4.10: (a) Beim Experiment der transversalen magnetischen Fokussierung wird ein Strom I_i über einen annähernd punktförmigen Kontakt 1 (Injektor) in eine Hallbar injiziert. Die injizierten Elektronen bewegen sich bei angelegtem senkrechten Magnetfeld ballistisch auf Zyklotronbahnen und erreichen nach mehr oder weniger oft erfolgten Reflexionen am Rand der Probe den Kollektorkontakt 3. Die zwischen den Kontakten 3 und 4 gemessene Kollektorspannung U_c oszilliert periodisch bei Variation des Magnetfeldes. Spannungsmaxima treten auf, sobald der Abstand L zwischen Injektor und Kollektor ein Vielfaches des jeweiligen Zyklotrondurchmessers beträgt (rot gezeichnete Trajektorien). (b) Originalmessung der transversalen magnetischen Fokussierung aus [47], durchgeführt mit Material der Beweglichkeit $\mu = 0,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und einer mittleren freien Weglänge von $l_f = 9 \text{ }\mu\text{m}$. Der Abstand der Kontakte betrug $L = 3 \text{ }\mu\text{m}$.

der Elektronen wird nicht senkrecht injiziert, sondern unter Winkeln größer oder kleiner als 90° . Sie propagieren ebenfalls am Rand der Hallbar entlang und tragen zum Hintergrund des Signals bei, jedoch gilt für sie nicht die Bedingung 4.5.

Dieses Experiment wurde mit aktuellem 2DES Material von hoher Reinheit wiederholt (vergleiche Abbildung 4.11). Es treten Fokussierungsozillationen auf, deren Periodizität sich weitgehend mit der durch Gleichung 4.6 geforderten Periode deckt. Die Messungen sind aber insgesamt von deutlich besserer Qualität als im Vergleich zur Originalmessung in Abbildung 4.10. Dies liegt zum einen an den relativ breiten Kontakten im Bereich von mehreren hundert Nanometern. Die Experimente von van Houten wurden mit äußerst schmalen Kontakten durchgeführt, deren Breite im Bereich der Fermiwellenlänge λ_f lag. Bei dem hier verwendeten 2DES wäre dies bei 55 nm der Fall. Derart schmale Punktkontakte werden auch als Quantenpunktkontakte bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung treten bei sehr tiefen Temperaturen unvorhersagbare aber reproduzierbare Quanteninterferenzeffekte auf [47], die zu einer starken Feinstrukturaufspaltung der Fokussierungsozillationen führen können. Dieser Effekt wurde bei unseren Messungen bewusst vermieden. Der Grad der Ausprägung der Oszillationen gibt auch Aufschluss über die Qualität des geätzten Randes der Hallbar, an dem die Ladungsträger spiegelbildliche Reflexionen durchführen. Weist der Rand Unebenheiten in der Größenordnung der Fermiwellenlänge auf, so erfolgen die Reflexionen nicht mehr spiegelbildlich, und der Zusammenhang 4.5 verliert seine Gültigkeit. In diesem Fall erwartet man eine starke Abnahme der Amplitude der Oszillationen.

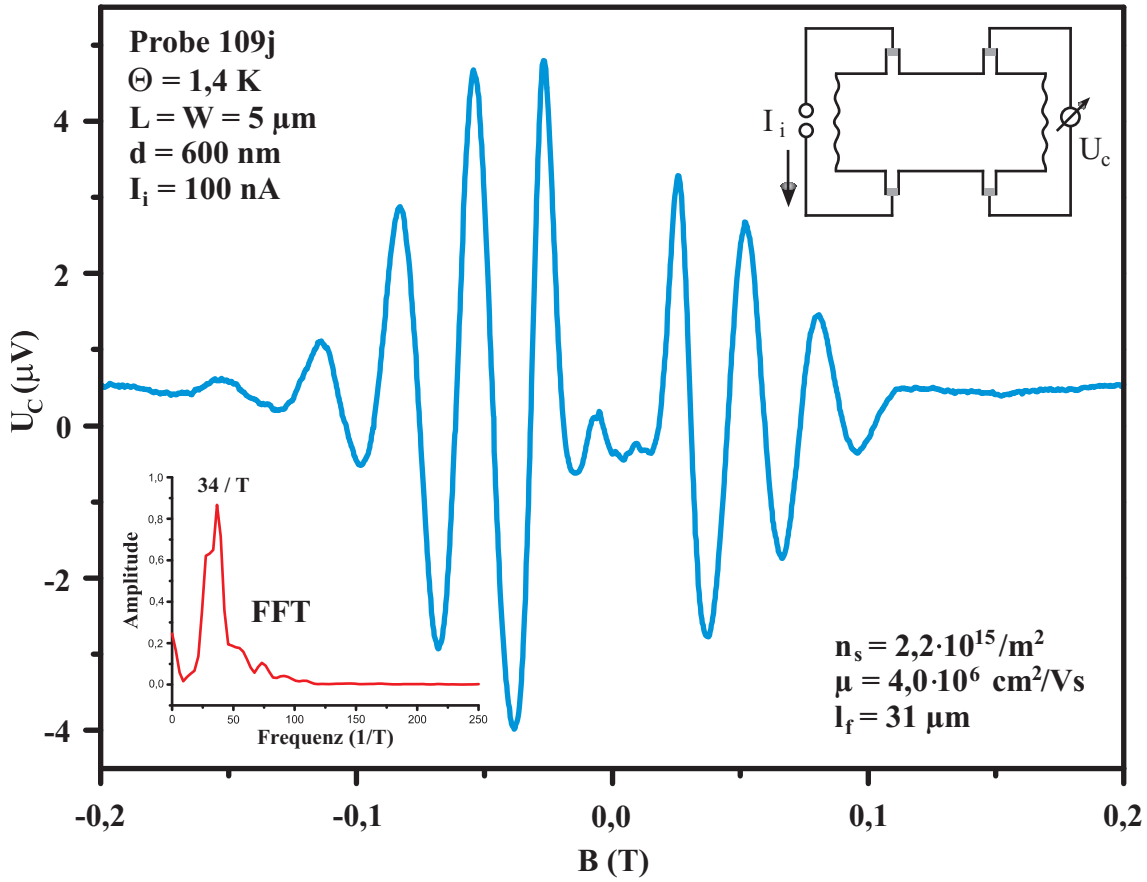


Abbildung 4.11: Experiment der transversalen magnetischen Fokussierung mit Wechselstrom, durchgeführt an einem 2DES mit mittlerer freier Weglänge von $l_f = 31 \mu\text{m}$. Oben rechts ist noch einmal die prinzipielle Anordnung der Strom- und Spannungskontakte festgehalten. Der Abstand zwischen Injektor- und Kollektorkontakt beträgt $5 \mu\text{m}$, die injizierte Stromstärke 100 nA . Die gemessene Kollektorspannung U_C zeigt beiderseits von $B = 0 \text{ T}$ ausgeprägte annähernd B -periodische Oszillationen. Das Fourierspektrum (unten links) besitzt ein Maximum bei einer Frequenz von $34/T$, entsprechend einer Periode von $29,4 \text{ mT}$. Dies deckt sich weitgehend mit dem nach Gleichung 4.6 zu erwartenden Wert von $31,2 \text{ mT}$. Die verwendete Hallbar weist auf beiden gegenüberliegenden Seiten identisch eingeschränkte Kontakte auf. Deshalb sind bei Vorzeichenwechsel des Magnetfeldes ebenfalls Oszillationen zu beobachten.

Ergänzend soll hierzu noch die Veränderung der Kontaktbreite d von Injektor und Kollektor experimentell untersucht werden. Einer naiven Vorstellung gemäß sollten bei Anstieg des Magnetfeldes so lange Fokussierungsozillationen beobachtet werden können, bis der Zyklotrondurchmesser $2R_c$ kleiner als die effektive Kontaktbreite d_{eff} wird. In diesem Fall erreichen alle injizierten Elektronen den Kollektor, unabhängig vom angelegten Magnetfeld. Mit zunehmender Breite der Kontakte sollte dieser Punkt bereits bei kleineren Feldern erreicht sein. Dieser Zusammenhang wird von der in Bild 4.12 dargestellten Messreihe qualitativ bestätigt.

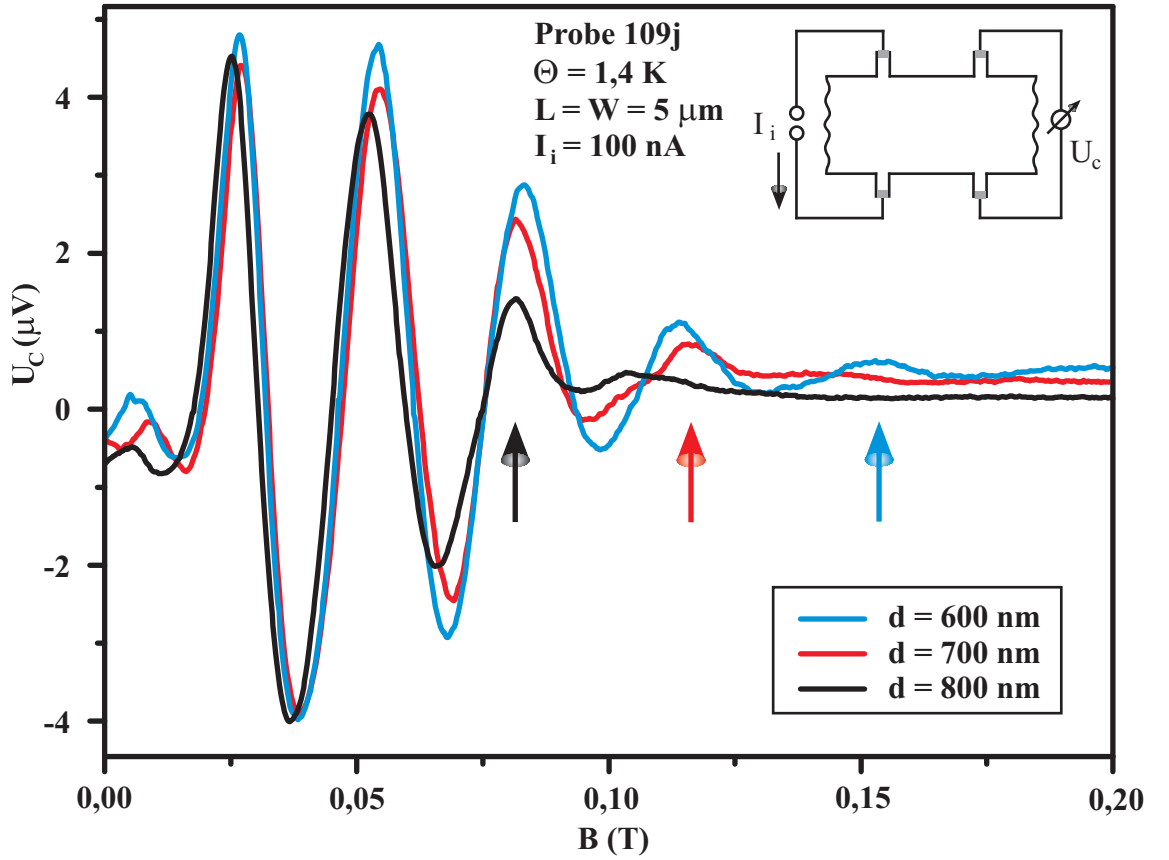


Abbildung 4.12: Vergleich dreier Messungen der transversalen magnetischen Fokussierung an drei verschiedenen Stellen der selben Hallbar, die mit unterschiedlichen Breiten d der Strom- und Spannungskontakte von 600 nm, 700 nm und 800 nm strukturiert wurden. Mit abnehmender Breite reichen die Oszillationen zu höheren Magnetfeldern. Die Pfeile markieren das jeweils letzte sich klar abzeichnende Maximum der Kollektorspannung U_c . Im Falle von $d = 800 \text{ nm}$ (schwarz) ist dies bereits beim Maximum vom Grad $i = 3$ der Fall, während bei $d = 600 \text{ nm}$ noch bei $i = 5$ ein deutliches Maximum zu erkennen ist. Zwar ist in allen drei Kurven, besonders für $d = 800 \text{ nm}$, auch jenseits des Pfeils noch ein weiteres schwaches Maximum zu erkennen, jedoch bestätigt sich die Annahme, dass sich der höchste erreichbare Grad der Oszillationen invers zur Kontaktbreite verhält.

4.6 Trajektorien bei transversaler Fokussierung

Im Hinblick auf die im nächsten Kapitel vorzustellenden Experimente lohnt es, sich vor Augen zu führen, wie die Trajektorien der Elektronen im 2DES beim transversalen Fokussierungsexperiment aussehen. Macht es überhaupt Sinn, die Fokussierungsbedingung 4.5 aufzustellen, wenn anzunehmen ist, dass die Elektronen unter allen denkbaren Eintrittswinkeln α durch den Injektor in die Hallbar eintreten? In Abbildung 4.13 wurden die Trajektorien von Elektronen unter verschiedenen Eintrittswinkeln bis zur dritten Reflexion am Rand aufgetragen. Tatsächlich treffen erwartungsgemäß nicht alle Trajektorien an den Fokussierungspunkten wieder zu-

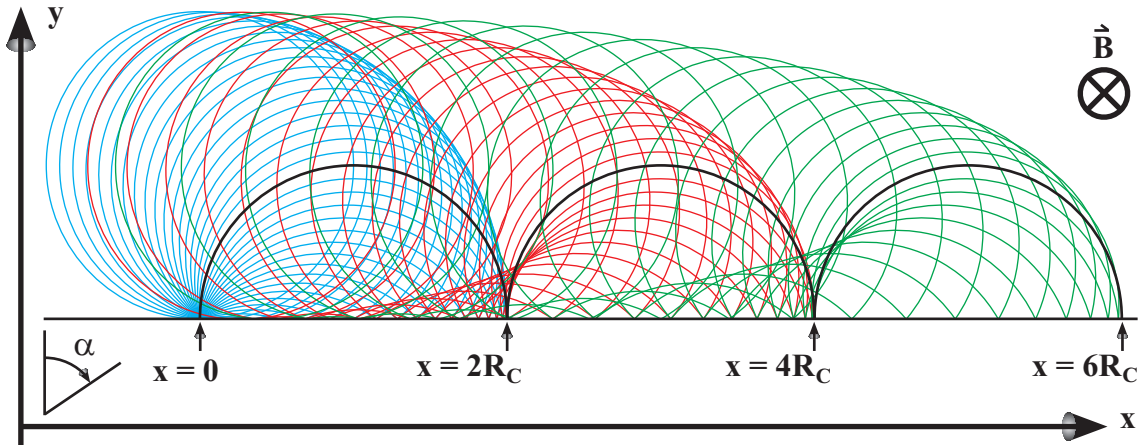


Abbildung 4.13: Simulierte Trajektorien von Elektronen, die im Punkt $x = 0$ unter verschiedenen Winkeln in eine Hallbar eingeschossen werden. Gezeigt sind die Bahnen für Winkeln zwischen $-90^\circ \leq \alpha \leq +90^\circ$ im 5° Raster. Bis zur ersten spiegelbildlichen Reflexion am Rand sind die Bahnen blau gezeichnet, bis zur zweiten Reflexion rot und bis zur dritten grün. Die weiteren Bahnverläufe wurden der Übersichtlichkeit halber weggelassen. Die Bahn eines Elektrons mit Eintrittswinkel $\alpha = 0^\circ$ ist schwarz gezeichnet. Ihre Auftreffpunkte auf den Rand decken sich mit den Auftreffpunkten der sich abzeichnenden Kaustiken, d.h. mit den Bereichen, in denen die Bahnen verdichtet auftreten.

sammen, jedoch lassen sich gewisse Bereiche erkennen, in denen die Bahnen gehäuft auftreten. Diese Anhäufungen treten entlang bestimmter geometrischer Kurven auf, die in der Mathematik *Kaustiken* genannt werden [25]. Die Berührungspunkte jeder Kaustik mit dem Rand der Hallbar fallen erstaunlicherweise mit den Punkten zusammen, in denen ein Elektron am Rand auftrifft, das unter senkrechtem Winkel $\alpha = 0^\circ$ in die Hallbar eintritt. Auf diese Art und Weise entstehen selbst bei isotroper Einschusswinkelverteilung bei erfüllter Fokussierungsbedingung an den durch Beziehung 4.5 ausgezeichneten Punkten Bereiche hoher Elektronendichte, die zu einem entsprechenden Anstieg der Kollektorspannung führen. Nach van Houten [47] ist darüberhinaus sogar anzunehmen, dass im Normalfall eine Verteilung der Einschusswinkel proportional zu $\cos \alpha$ vorliegt. Demnach treten Winkel um 0° besonders häufig auf, was zu einer weiteren Verdichtung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen an den Fokussierungspunkten führt.

Dieses Bild bietet außerdem einen möglichen Erklärungsansatz für die Tatsache, dass die Kollektorspannung das Vorzeichen wechselt und bei Defokussierung starke negative Spannungen gemessen werden, deren Amplitude den per definitionem positiven Spannungen bei erfolgter Fokussierung kaum nachsteht. Nach Beenakker [24] führt vollständige Defokussierung dazu, dass sich im Bereich des Kollektorkontakts die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Ladungsträger so weit verringert, dass sie sogar deutlich unterhalb der über die ganze Breite der Probe hinweg gemittelten Wahrscheinlichkeit liegt und so zu einem negativen Vorzeichen der Spannung führt.

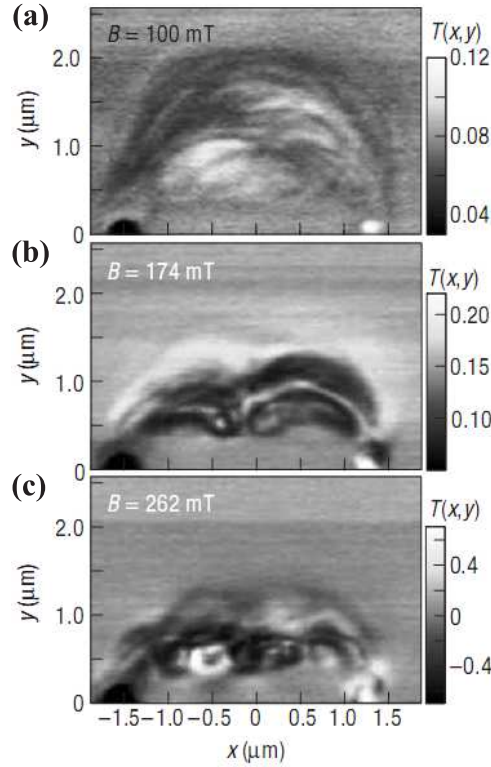


Abbildung 4.14: Visualisierung der Elektronentrajektorien im 2DES während eines Fokussierungsexperiments. Zu sehen sind die gemessenen Bahnen für die Fälle der ersten drei Fokussierungen mit null (a), einer (b) und zwei (c) spiegelbildlichen Reflexionen am Rand der Hallbar. Das abbildende Verfahren beruht auf einer Abtastung der Probenoberfläche in-situ bei kryogener Temperatur und angelegtem Magnetfeld mit der positiv geladenen Spitze eines Rastersondenmikroskops. Durch das Aufsetzen der Spitze erzeugt man im darunterliegenden 2DES eine kreisförmige Verarmungszone an Ladungsträgern, welche wie eine Streulinse für die transmittierenden Elektronen wirkt. Die Linse wirft somit einen Schatten in Form einer reduzierten Elektronendichte. Trifft dieser Schatten auf den Kollektor, registriert man eine Abnahme der Kollektorspannung. Aus dem Verhältnis der Kollektorspannungen mit und ohne aufgesetzter Spitze errechnet sich die Dichte der Elektronenbahnen im Punkt der erzeugten Streulinse. Das verwendete 2DES wies eine Beweglichkeit von $\mu = 500.000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ auf und lag 47 nm unter der Oberfläche. Aus [48].

Zur Illustration seien hier noch kürzlich an der Universität Harvard vorgenommene Messungen angeführt, die es erlauben, die Trajektorien der Elektronen direkt abzubilden [48]. Dabei wird die Oberfläche eines GaAs/AlGaAs 2DES in-situ bei kryogener Temperatur und angelegtem Magnetfeld mit der Spitze eines Rastersonden Mikroskops abgetastet. In Abbildung 4.14 sind Aufnahmen gezeigt, die die Situation bei den ersten drei Magnetfeldern bei zutreffender Fokussierungsbedingung zeigen. Neben den erwarteten rein ballistischen Trajektorien sind auch erhebliche Abweichungen zu erkennen. Dabei handelt es sich größtenteils um Störungen des gleichmäßigen Elektronenflusses durch verbleibende Kleinwinkel Vorwärtssteuungen.

Kapitel 5

Neuartige Fokussierungssoszillationen

Das vorangegangene Kapitel endete mit der Vorstellung des Experiments der transversalen magnetischen Elektronenfokussierung in zwei Dimensionen, wie es bereits seit 20 Jahren bekannt ist. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde darüber hinaus ein neuartiger Fokussierungseffekt gefunden und untersucht, der in einer völlig anderen, zunächst überraschenden Probengeometrie auftritt, nämlich bei Messung der magnetfeldabhängigen Längsspannung an einer stromdurchflossenen Standard Hallbar in der Größenordnung von wenigen Mikrometern, wie sie bereits vorgestellt wurde.

Ähnliche Mikrohallbars waren auch vor 20 Jahren schon Gegenstand intensiver wissenschaftlicher Untersuchungen. Roukes machte, wie bereits erwähnt, den Anfang mit der Entdeckung des unterdrückten Halleffekts. Generell richtete sich allerdings die Aufmerksamkeit auf die Untersuchung von möglichst dünnen ballistischen Drähten im Hinblick auf die Erforschung eindimensional leitfähiger Systeme und zur Erzeugung von möglichst feinen Hallkreuzen. Die zu der Zeit zur Verfügung stehenden Materialien wiesen jedoch nur selten Beweglichkeiten von mehr als wenigen hunderttausend cm^2/Vs auf. So entgingen die genannten neuartigen Fokussierungssoszillationen sogar systematischen geometrieabhängigen Untersuchungen von Ford [49, 50], bei denen zwar der unterdrückte Halleffekt im Mittelpunkt stand, aber auch Längsspannungen an Mikrohallbars gemessen wurden. Später diversifizierten und spezialisierten sich die Forschungsinteressen an zweidimensionalen Systemen erheblich und grundlegende Aspekte standen nicht mehr so sehr im Vordergrund. Umso mehr geben die im Folgenden vorgestellten Effekte Anlass zu einem gewissen Maß an Verwunderung.

In diesem Kapitel sollen die grundsätzlichen Eigenschaften dieses neuartigen Fokussierungseffekts erläutert und Untersuchungen zur Abhängigkeit von verschiedenen Geometriefaktoren sowie von der Temperatur vorgestellt werden.

5.1 Oszillationen im Längswiderstand von Mikrohallbars

In Abbildung 5.1 ist eine typische simultane Messung von Längs- und Hallwiderständen an einem Ensemble verschieden großer Hallbars gezeigt. Dazu werden auf der selben Probe, an ein und der selben langen Hallbar mit vielen Spannungsabgriffen, wie sie in Abbildung 4.2 zu sehen ist, einige Bereiche zu Mikrohallbars eingeschränkt, während benachbarte Bereiche der Hallbar unverändert bleiben. Dies ermöglicht eine gleichzeitige Untersuchung breiter und eingeschränkter Hallbars unter möglichst identischen Umständen. Abgesehen von Parametern und Qualität des verwendeten 2DES, der angelegten Stromstärke und der vorherrschenden Temperatur, decken sich somit auch die Eigenheiten des jeweiligen verwendeten Messaufbaus, sowie etwaige äußere Störeinflüsse bei der Messung.

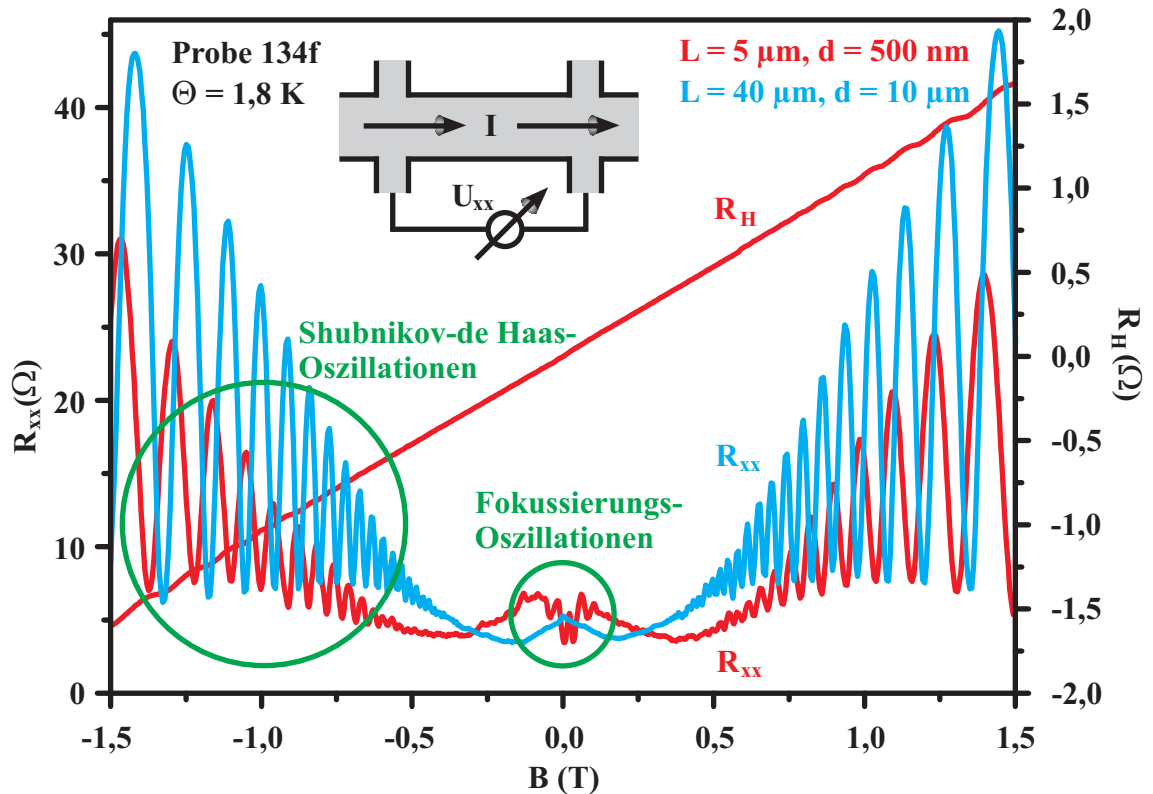


Abbildung 5.1: Messung von Längs- und Hallwiderstand an einer Mikrohallbar (rot) mit den Abmessungen $L = W = 5 \mu\text{m}$ und Kontaktbreite $d = 500 \text{ nm}$, sowie des Längswiderstandes an einer breiten Hallbar (blau) der Größe $L = W = 40 \mu\text{m}$ und Kontaktbreite $d = 10 \mu\text{m}$ bei einer Temperatur von $1,8 \text{ K}$. Im Längswiderstand treten in beiden Fällen Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Magnetfeldbereich über $0,5 \text{ T}$ auf. Im Feldbereich unter $0,2 \text{ T}$ zeigt die breite Hallbar lediglich den bekannten negativen Magnetowiderstandseffekt aufgrund schwacher Lokalisierung, während bei der Mikrohallbar starke periodische Oszillationen auftreten. Im Hallwiderstand der Mikrohallbar sind keine Auffälligkeiten erkennbar.

In der abgebildeten Messung treten sowohl bei breiter als auch eingeschränkter Hallbar bei höheren Magnetfeldern, je nach gewählter Temperatur, im Längswiderstand die üblichen Shubnikov-de Haas-Oszillationen auf. In Abschnitt 4.4 wurde gezeigt, dass deren Amplituden sich im eingeschränkten und nichteingeschränkten Fall aufgrund der unterschiedlichen Quantenstreuzeiten etwas unterscheiden. Bei kleineren Feldern, etwa unterhalb 200 mT, zeigt die breite Hallbar nur den für hochbewegliche 2DES üblichen negativen Magnetowiderstandsverlauf, der auf schwache Lokalisierung hindeutet. Die Breite dieses Lokalisierungspeaks um $B = 0$ herum gibt Aufschluss über die Phasenkohärenzlänge im verwendeten Material [51]. Diese spielt im Hinblick auf quantenmechanische Betrachtungen eine entscheidende Rolle. In Zusammenhang mit dieser Arbeit ist sie jedoch kaum von Belang.

Im Längswiderstand der Mikrohallas treten im genannten Magnetfeldbereich starke Oszillationen auf. Die Oszillationen sind weitgehend B -periodisch und unterscheiden sich von daher bereits grundsätzlich von den $1/B$ -periodischen Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Ihre Periodizität wird durch den Kontaktabstand L bestimmt. Dadurch gelingt es, die Oszillationen als Fokussierungseffekt zu identifizieren. Dies wird im folgenden Abschnitt 5.2 vertieft. Interessant ist auch das Verhalten des an der Mikrohallas gemessenen Hallwiderstands. Er zeigt auch in der ersten und zweiten Ableitung keinerlei Auffälligkeiten und weicht in keiner Weise vom Hallwiderstandsverlauf an der breiten Hallbar ab. Es muss jedoch ergänzend erwähnt werden, dass die Mikrohallas im Allgemeinen eine um wenige Prozent geringere Ladungsträgerdichte aufweisen als ihre breiten Gegenstücke. Dies hat eine leichte Phasenverschiebung im Verlauf der Shubnikov-de Haas-Oszillationen sowie eine leicht unterschiedliche Steigung des Hallwiderstands zur Folge.

Das Gesamterscheinungsbild der Oszillationen im Längswiderstand von Mikrohallas ändert sich jedoch von Probe zu Probe sehr stark. Selbst verschiedene Mikrohallas auf der selben Probe haben oft unterschiedlichen Charakter. In Abbildung 5.2 sind einige unterschiedliche Typen zusammengefasst. Grundsätzlich scheint der Charakter der Oszillationen mit der vorhandenen Beweglichkeit in Verbindung zu stehen. Die beiden Messkurven in Abschnitt (a) und (b) von Abbildung 5.2 wurden an Proben mit deutlich höherer Beweglichkeit aufgenommen, als die Messungen in (c) und (d). Bei höherer Beweglichkeit treten vorzugsweise Oszillationen mit kräftigen Amplituden auf, deren Minima recht weit nach unten reichen, während bei geringerer Beweglichkeit tendenziell geringere Oszillationsamplituden beobachtet werden. Jedoch treten hier fast ausnahmslos um $B = 0$ herum sehr hohe Amplitudenmaxima auf. Eine Orientierungshilfe zur Klassifizierung bietet hier der gedachte Verlauf des Längswiderstands, der gemessen werden könnte, wenn die Amplitude der Oszillationen auf Null zurückginge. Projiziert man diesen der Drude Theorie entsprechenden Widerstandsverlauf auf die Oszillationen, lässt sich schnell erkennen, ob der Oszillationstyp hoher Beweglichkeit oder der Fall niedriger Beweglichkeit vorliegt, je nachdem, ob die Minima sehr tief unter dem Verlauf des Drudewiderstands liegen oder die Maxima sehr hoch über den Drudewiderstand aufragen.

Selbst innerhalb einer dieser beiden Kategorien lassen sich leichte Unterschiede in

den vorhandenen Beweglichkeiten oft recht einfach aus dem Charakter der Oszillationen ablesen. Vergleicht man Abschnitt (a) und (b) von Abbildung 5.2, so fällt auf, dass die Minima der Kurve in (a) wesentlich näher an Null Ohm heranreichen als bei Kurve (b). Dies zeichnet Proben mit höherer Beweglichkeit aus und tatsächlich liegt die Beweglichkeit der Kurve in (a) höher als von (b). Vergleicht man weiterhin die Kurven in (c) und (d), welche beide das primäre Merkmal niedriger Beweglichkeit aufweisen, nämlich hohe Maxima um Null herum, so erkennt man, dass die Kurve in (c) insgesamt mehr Oszillationen bis zu höheren Feldern hinauf zeigt, als bei (d). Folgerichtig wurde die Kurve in (c) von einer Probe höherer Beweglichkeit gewonnen als die Kurve in (d). Tabelle 5.1 fasst diese Eigenschaften noch einmal übersichtlich zusammen.

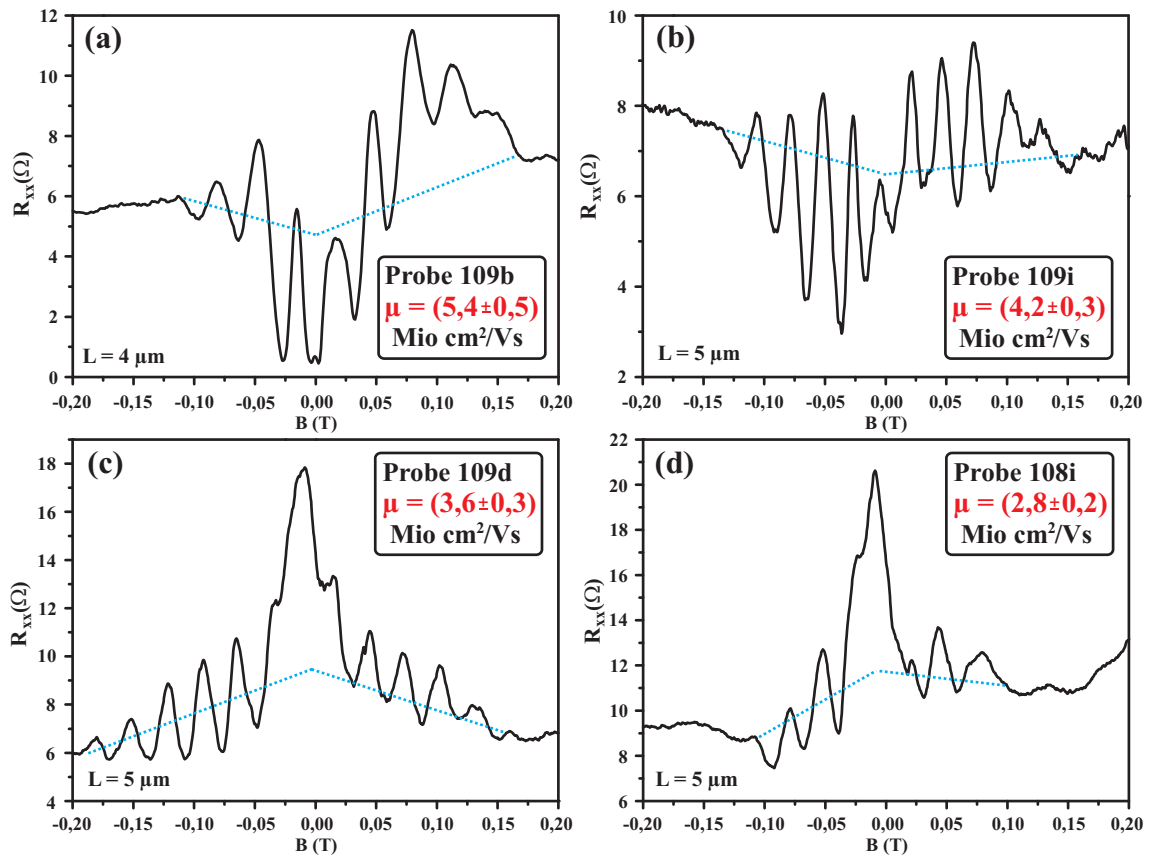


Abbildung 5.2: Oszillationen im Längswiderstand von vier unterschiedlichen Mikrohallbars mit unterschiedlichen Beweglichkeiten. Die Messungen wurden stets bei der selben Temperatur von 1,7 K aufgenommen. Es lassen sich grundsätzlich verschiedene Oszillationscharakteristiken erkennen, welche maßgeblich von der Beweglichkeit des Probenmaterials bestimmt werden. Der Zusammenhang ist im Text detailliert erläutert. Die Kurve in Teil (a) weist eine etwas größere Oszillationsperiode auf der Magnetfeldskala auf, als die übrigen Kurven. Dies liegt am geringeren Kontaktabstand von $L = 4 \mu\text{m}$ gegenüber $L = 5 \mu\text{m}$ bei den übrigen Messungen. Blau gestrichelt eingezeichnet sind die gedachten Verläufe der Drude Widerstände.

Diese Zuordnung zwischen Oszillationscharakteristiken und Beweglichkeiten lässt sich bei etwa 80% aller Messungen treffen. Etwa ein Fünftel scheint mit dieser Faustregel jedoch nicht beherrschbar zu sein. Das könnte auch daran liegen, dass es grundsätzlich sehr schwer ist, die Beweglichkeiten zuverlässig zu bestimmen, da man den Nullfeld-Längswiderstand aufgrund der überlagerten Oszillationen nur fehlerbehaftet schätzen kann. Dies entspricht der bereits erwähnten gedachten Projektion des Drude Widerstandsverlaufs, einschließlich eines eventuell vorhandenen Lokalisierungspeaks. Ein Vergleich mit der gemessenen Beweglichkeit an einer uneingeschränkten Stelle in der Nähe der fraglichen Mikrohallbar liefert dann einen Anhaltspunkt, ob die geschätzten Werte tendenziell realistisch sind. Die Beweglichkeiten, wie etwa in Abbildung 5.2, werden von daher stets fehlerbehaftet angegeben.

Tabelle 5.1: Merkmale zur Zuordnung verschiedener Oszillationscharakteristika zu unterschiedlichen Beweglichkeiten des Probenmaterials. Mit den primären Merkmalen gelingt praktisch immer eine gute Grobeinstufung. Die sekundären Merkmale erlauben anschließend oftmals eine weitere Feinabstufung.

	Hohe Beweglichkeit	Niedrige Beweglichkeit
Primäre Merkmale	<ul style="list-style-type: none"> • tiefe Minima unter Drudewiderstand 	<ul style="list-style-type: none"> • hohe Maxima um $B = 0$ herum weit über Drudewiderstand
Sekundäre Merkmale	<ul style="list-style-type: none"> • viele Oszillationen bis zu hohen Magnetfeldern • Minima liegen sehr nahe an Null Ohm ($< 1 \Omega$) 	<ul style="list-style-type: none"> • nur wenige Oszillationen mit steigendem B-Feld sichtbar • Minima reichen selten unter zwei Ohm

5.2 Grundlegende Eigenschaften der Oszillationen

Die gemessenen Oszillationen lassen sich als Fokussierungseffekt deuten. Abbildung 5.3 veranschaulicht diese Vorstellung. Demnach kommt es in der gemessenen Längsspannung dann zu einem Minimum, wenn der Abstand der beiden Spannungskontakte L einem ganzzahligen Vielfachen des dem jeweiligen angelegten Magnetfeld B entsprechenden Zyklotrondurchmessers $R_c(B)$ entspricht. D.h. es gilt die selbe Fokussierungsbedingung, wie sie mit Gleichung 4.5 bereits für das transversale Fokussierungsexperiment angegeben wurde. Somit ist auch die Oszillationsperiode $\Delta(B)$ analog zu Gleichung 4.6 festgelegt:

$$L = i \cdot 2R_c \quad \Leftrightarrow \quad \Delta(B) = \frac{2\hbar}{eL} \sqrt{2\pi n_s} \quad (5.1)$$

In diese Periodizität fließt die Ladungsträgerdichte n_s unter der Wurzel ein und sie verhält sich invers proportional zum Kontaktabstand L . Die Gültigkeit dieser

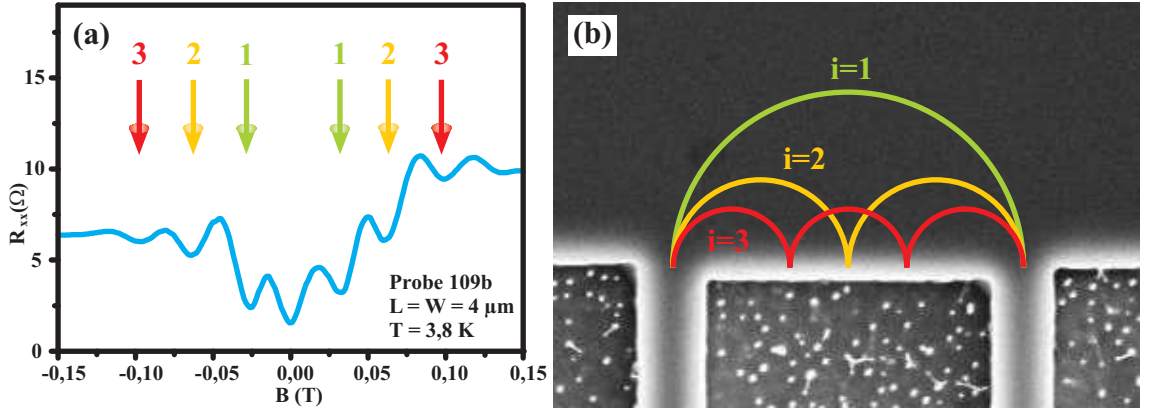


Abbildung 5.3: Zur Deutung der neuartigen Fokussierungszosillationen: Das i -te Minimum der neuartigen Oszillationen (Bild a) tritt im Regelfall dann auf, wenn der Kontaktabsstand L gerade das i -te Vielfache des jeweiligen Zyklotrondurchmessers R_c beträgt (Bild b).

Beziehung konnte mit verschiedenen Proben mit Kontaktabsständen L zwischen drei und zehn Mikrometer verifiziert werden.

Bei besonders hoch beweglichen Proben wurde bei Temperaturen um 4 K außer den Minima an den Fokussierungspositionen noch ein weiteres markantes Minimum um den Nullpunkt der Magnetfeldachse herum beobachtet. An Proben mit Beweglichkeiten unter 4 Millionen cm^2/Vs wurde dieses Minimum niemals beobachtet. Stattdessen kann dort oft ein besonders markantes Maximum angetroffen werden.

Zum physikalischen Ursprung der gemessenen Oszillationen des Längswiderstandes drängt sich folgender naheliegender Gedankengang auf: Unter der Voraussetzung, dass man es mit vollständig ballistischem Transport zu tun hat und die Ladungsträger ausschließlich auf Skipping Orbits entlang des Probenrandes propagieren können, muss jedes Elektron, welches bei zutreffender Fokussierungsbedingung den in Bewegungsrichtung zweiten Kontakt erreicht, unbedingt aus dem ersten Kontakt stammen. Deshalb sollten die beiden Kontakte auf annähernd gleichem chemischen Potenzial μ_{ch} liegen und die gemessene Spannung folglich minimal werden. Tatsächlich erreichen die gemessenen Widerstände bei besonders hochbeweglichen Proben, wie gesehen, Werte von unter 1Ω . Diese Beobachtung stützt die getroffene Annahme rein ballistischen Transports. Dieses einfache Modell diene zunächst auch als Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen theoretischer Art zur Erklärung der neuartigen Oszillationen. Ausführlich wird dies im folgenden Kapitel 6 dargestellt.

Nicht immer schmiegen sich die Oszillationen so schön den erwarteten Minimapositionen nach Gleichung 5.1 an wie bei der Messung in Abbildung 5.3. So zeigt beispielsweise die Kurve in Abbildung 5.4 einerseits eine sehr schöne Messung, da viele Minima bis hinauf zur sechsten Ordnung ($i = 6$) zu erkennen sind. Andererseits scheinen die von der Theorie geforderten Minimapositionen aber nur im Bereich positiver Magnetfelder zu passen. Im Bereich $B < 0$ tritt offenbar eine Phasenverschiebung von annähernd π auf. Oft passen die gemessenen Minimapositionen noch

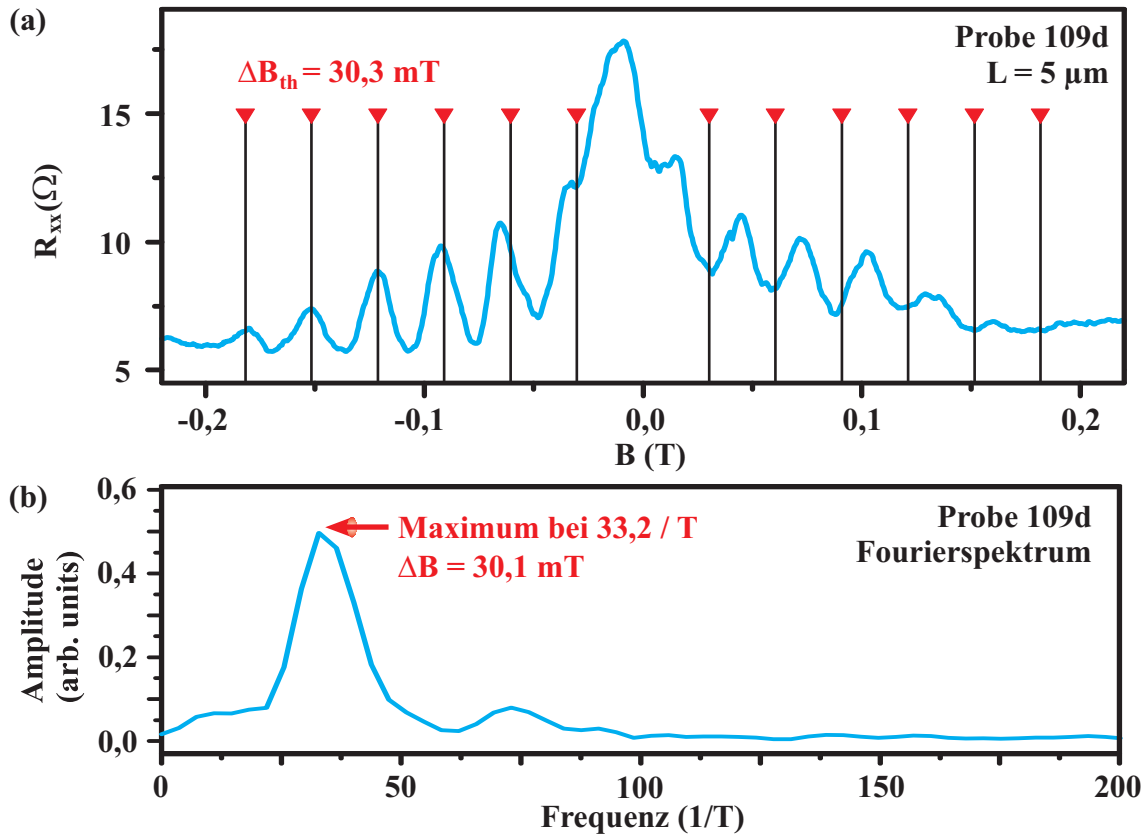


Abbildung 5.4: (a) Eine Messung mit besonders vielen erkennbaren Oszillationsminima. Die senkrechten Striche markieren die Positionen, an denen Minima nach der Fokussierungsbedingung 5.1 zu erwarten wären. Bei negativen B -Feldern sind die tatsächlichen Minimapositionen hier jedoch phasenverschoben. (b) In vielen Fällen verhalten sich die Oszillationen auf den ersten Blick aperiodisch. Ein Fourierspektrum bringt dann meist die von der Theorie geforderte Oszillationsperiode an den Tag.

schlechter zu den Vorhersagen und es kommt mitunter vor, dass die Abstände aufeinanderfolgender Minima bereits mit bloßem Auge als abwechselnd deutlich kleiner oder größer als die von der Theorie geforderte Periode $\Delta(B)_{\text{th}}$ zu erkennen sind. In diesen Fällen erweist es sich oft als vorteilhaft, Fourierspektren der Oszillationen anzufertigen, wie dies zur Illustration exemplarisch auch für die Messung in Abbildung 5.4 getan wurde. Die bei der Fourieranalyse gewonnene mittlere Oszillationsperiode $\Delta(B)$ deckt sich meist sehr gut mit der erwarteten Periode $\Delta(B)_{\text{th}}$.

Zu den beobachteten Abweichungen ist festzuhalten: Größere Abweichungen sind sicherlich durch intrinsische Eigenschaften der jeweiligen Proben bedingt. Vor allem die Positionen einzelner starker Streuzentren spielen dabei zweifellos eine Rolle. Darauf deutet auch die oft beobachtete B -Feld Asymmetrie hin. Besonders markante Auffälligkeiten in den Messkurven treten oft nur bei einer Polarität des angelegten Magnetfeldes auf. Es überrascht keineswegs, dass im Regime ballistischen Transports eine Umpolung des Magnetfeldes zu völlig anderen Effekten führen kann. So

ist es beispielsweise im Bild der Kaustiken beim transversalen Fokussierungsexperiment (vgl. Abbildung 4.13) ohne weiteres möglich durch das geschickte Platzieren eines Streuers den Stromfluss von links nach rechts stark zu schwächen, während nach Umpolung des Magnetfeldes und Vertauschung von Kollektor und Injektor-kontakt der Strom kaum beeinflusst wird. Dazu ist es nur nötig eine starke Kaustik an der richtigen Stelle zu blockieren. Bei diesem Gedankenexperiment wurde allerdings neben dem Magnetfeld auch die Stromrichtung umgepolt. Für die Messungen, in denen der neuartige Fokussierungseffekt auftritt, spielt dies jedoch keine Rolle, da die Messungen aus praktischen Gründen meist mit Wechselstrom durchgeführt werden und somit meistens eine Mittelung zwischen den auftretenden Effekten bei beiden Stromflussrichtungen darstellen.

Kleinere Ungereimtheiten bei den Positionen der auftretenden Minima können auch durch eine fehlerhafte Eichung der B -Feld Achse bedingt sein. Die Verwendung der für sehr hohe Felder ausgelegten supraleitenden Magnete in den Kryostaten führt bei kleinen Magnetfeldern im Millitesla Bereich stets zu Problemen. Nach vorhergehender etwas höherer Aussteuerung des Feldes, etwa zur Messung der Shubnikov-de Haas-Oszillationen zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte, bleiben teilweise sehr hohe remanente Magnetisierungen zurück. Bei einem 19 T Magneten kann die Remanenz gut und gerne mehr als 30 mT betragen und kann auch durch leichte Gegenfelder oft nicht abgebaut werden. Dies kann zu Kuriositäten führen, wie die häufig beobachtbare negative Remanenz. Aus diesem Grund erweist es sich als zweckmäßig, auf jeder Probe wenigstens eine der vier aktiven Hallbarzonen uneingeschränkt zu lassen, um eine möglichst unverfälschte Referenzmessung mitaufzuzeichnen, an deren Vorzeichenwechsel der Hallspannung der Punkt $B = 0$ abgelesen werden kann. Die B -Feld Achse muss dann um den entsprechenden Betrag linear verschoben werden.

5.3 Temperaturabhängigkeit

Um mehr über die Natur der neuartigen Oszillationen zu erfahren, soll deren Temperaturabhängigkeit untersucht werden. In Abbildung 5.5 wurde die Probe 109b, welche besonders schöne regelmäßige Oszillationen aufweist, bei verschiedenen Temperaturen zwischen 1,7 K und 15 K vermessen. Der gemessene Effekt erweist sich dabei als außerordentlich temperaturstabil. Noch bei 12 K sind ansatzweise Oszillationen zu erkennen. Erst bei 15 K sind diese vollständig verschwunden. Mit abnehmender Temperatur werden die Oszillationen deutlicher, ihre Amplitude nimmt stark zu und ihre Minima erreichen unterhalb von 2 K Widerstände von unter 1Ω . Hier tritt eine gewisse Sättigung in der Qualität der gemessenen Oszillationen auf. Tatsächlich beträgt die thermische Energieunschärfe $\Delta E_{\Theta} = k_B \Theta$ bei einer Temperatur von 1,7 K nur 0,17 meV. Dies entspricht nur noch 2,5% der Fermienergie E_F des Systems (6,8 meV) und kann daher keine nennenswerte Rolle mehr spielen.

Geht man zu noch tieferen Temperaturen im Millikelvin Bereich, so treten einige Veränderungen im Charakter der Oszillationen und zusätzliche Merkmale in Erschei-

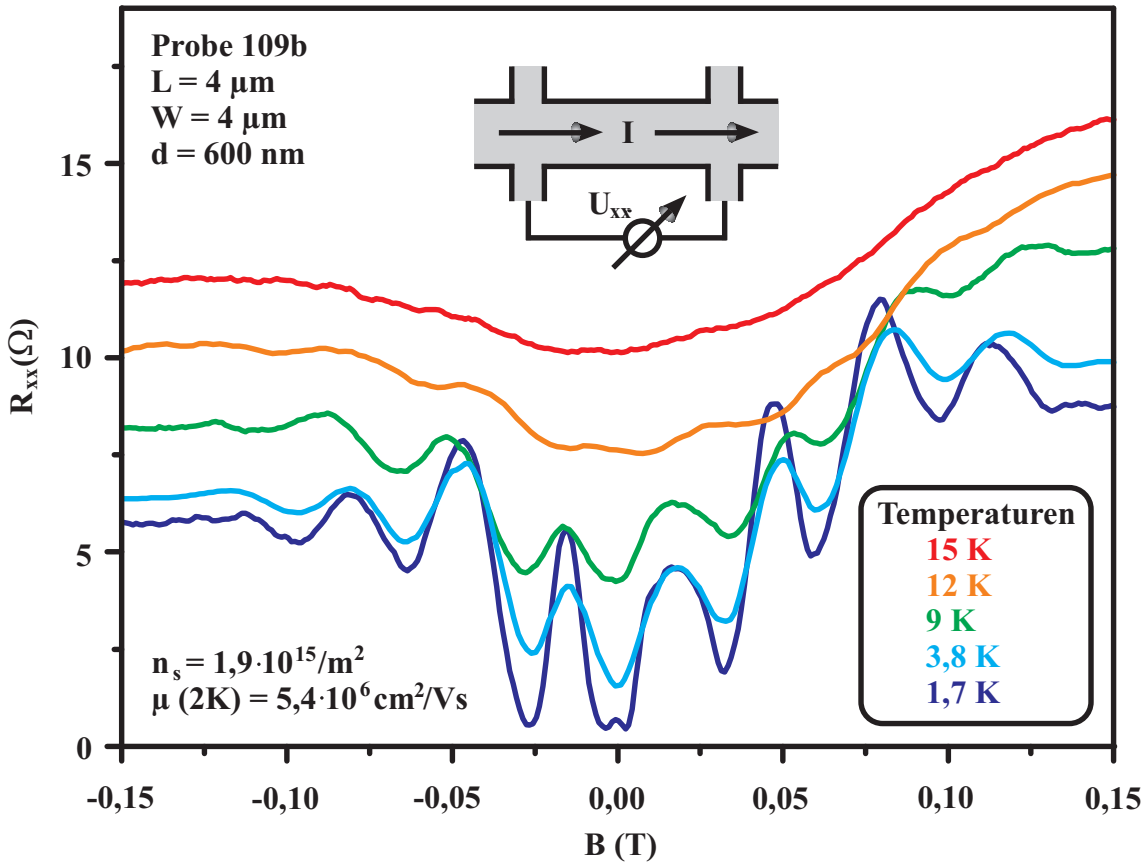


Abbildung 5.5: Temperaturabhängige Messung der neuartigen Fokussierungszusatzoszillationen im Bereich zwischen 1,7 K und 15 K an Probe Nr. 109b. Der Effekt ist noch bei 12 K ansatzweise erkennbar. Mit fallender Temperatur nimmt die Amplitude schnell zu, bis die Widerstandsminima bei unter 2 K Werte von unter 1 Ω erreichen.

nung, welche die gewohnten wohlgeformten Oszillationen überlagern und insgesamt zu einem diffuseren Erscheinungsbild führen. Die Abbildung 5.6 zeigt zwei Messungen im Bereich von 200 mK an der selben Probe, von der auch die Messungen in der vorhergehenden Abbildung 5.5 stammen. Analog zu den grünen Eingrenzungen in der Abbildung lassen sich mehrere interessante Bereiche voneinander unterscheiden:

- **Bereich 1:** Bei über 150 mT sind ausschließlich die wohlbekannten Shubnikov-de Haas-Oszillationen sehr deutlich sichtbar.
- **Bereich 2:** Zwischen 50 mT und 100 mT lassen sich noch weitere SdH-Oszillationen mit kleiner Amplitude erkennen, die von oszillatorischen Erscheinungen kürzerer Periode überlagert werden.

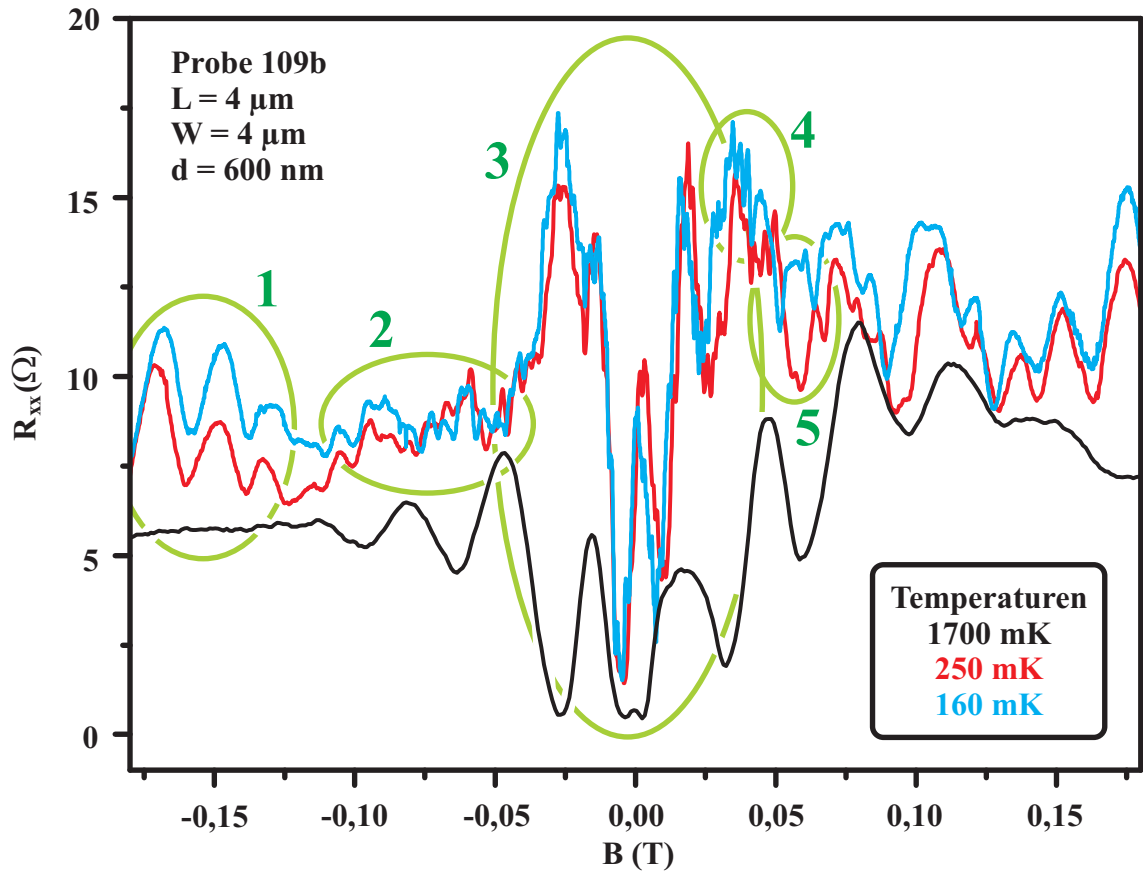


Abbildung 5.6: Messung der neuartigen Fokussierungszosillationen von Probe 109b am Mischkryostaten bei 250 mK (rote Kurve) und 160 mK (blaue Kurve). Die verschiedenen Beobachtungen in den Bereichen eins bis fünf sind im Text näher erläutert. Zum Vergleich ist eine Messung der selben Probe bei 1,7 K (schwarz) hinzugefügt.

- Bereich 3:** Zwischen 0 und 75 mT befinden sich einige große Oszillationsextrema, aus denen im Allgemeinen die ursprüngliche Periodizität der Fokussierungszosillationen bei höherer Temperatur - abgesehen von Phasenverschiebungen - noch abgelesen werden kann. Bei der gezeigten Messung scheint die ursprüngliche Periodizität der Fokussierungszosillationen jedoch gar nicht mehr gültig zu sein. Das erste Minimum beiderseits von $B=0$ ist gerade noch gut erkennbar, wohingegen Minima höherer Ordnung nicht mehr eindeutig zu identifizieren sind. Um $B = 0$ herum erhebt sich ein Maximum, wie es bei höherer Temperatur nur bei Proben von niedriger Beweglichkeit üblich ist. Von diesem Maximum könnte man vermuten, dass es sich schon im Bild 5.5 bei 1,7 K in einem kleinen Zacken bei $B = 0$ andeutet. Insgesamt liegt der Widerstandsverlauf bei dieser Probe bei tiefer Temperatur höher als bei den vorangegangenen Messungen um 2 K. Dies führt zu der Vermutung, dass eine Degradierung der Probenqualität in Form einer Abnahme der Beweglichkeit zwischen den Messungen bei hoher und tiefer Temperatur stattgefunden hat.

- **Bereich 4:** Auf den großen Fokussierungszusatzoszillationen erkennt man ausgeprägte Überlagerungen oszillatorischer Art mit kleinerer Amplitude und mit wesentlich kürzerer Periode. Mit weiter fallender Temperatur nehmen diese zusätzlichen Oszillationserscheinungen an Häufigkeit und Intensität noch weiter zu.
- **Bereich 5:** Die zusätzlichen Oszillationen sind im Rahmen der realisierbaren Temperaturstabilität gut reproduzierbar. Sie können sich jedoch schon bei vergleichsweise moderater Variation der Temperatur merklich verändern. In der Abbildung ist ein Bereich markiert, in denen die Kurvenverläufe bei Abkühlung von 250 mK auf 160 mK erheblich voneinander abweichen. Nach Erwärmung auf Zimmertemperatur und Wiederabkühlen verändern sie sich vollständig.

Prinzipiell erscheint es plausibel, die genannten zusätzlichen Oszillationen in den Messkurven auf Quanteninterferenzeffekte zurückzuführen, wie sie bei sehr tiefen Temperaturen oft beobachtet werden [52]. Dies soll hier jedoch nicht Gegenstand näherer Untersuchungen sein. Da es sich bei der magnetischen Fokussierung um einen rein klassischen Effekt handelt, sollen zusätzliche quantenmechanische Erscheinungen ausgeklammert bleiben und der Effekt bei Temperaturen im Bereich von zwei bis vier Kelvin weiter untersucht werden. In diesem Temperaturbereich sind die Fokussierungszusatzoszillationen stark ausgeprägt und werden noch nicht von Quanteneffekten beeinflusst.

Dennoch soll ergänzend betont werden, dass es sich bei den zusätzlichen Oszillationen nicht um universelle Leitwertfluktuationen handelt [53]. Zwar sind die Fluktuationen des Leitwertes innerhalb eines Messzykluses bei konstanter Temperatur reproduzierbar, aber ihre Amplitude ist um etwa eine Ordnung größer als die typische Amplitude $\frac{2e^2}{h}$ von universellen Leitwertfluktuationen. Auch ist die Voraussetzung hinreichend großer Phasenkohärenzlänge nicht gegeben. Wie bereits in Abschnitt 5.1 angedeutet, lässt sich die Phasenkohärenzlänge l_φ aus der Breite des Lokalisierungsmaximums im Längswiderstand bei uneingeschränkter Hallbar abschätzen. In [10] ist der Zusammenhang mit der Magnetfeldstärke B_{lok} gegeben, die als kleinste Feldstärke definiert ist, bei der sich die Widerstandszunahme nicht mehr bemerkbar macht:

$$l_\varphi = \sqrt{\frac{h}{eB_{\text{lok}}}} \quad (5.2)$$

Bei dem für die Messungen der Abbildungen 5.5 und 5.6 verwendeten Material wurde bei einer Temperatur von 350 mK das kritische Feld B_{lok} zu 5 mT bestimmt. Daraus ergibt sich eine Phasenkohärenzlänge von 0,9 μm . Dies entspricht nur einem Vierzigstel der vorhandenen freien Weglänge l_f . Erst wenn $l_\varphi > l_f$ gilt, erwartet man im Allgemeinen prominente Quanteninterferenzeffekte.

Trotzdem ist es durchaus denkbar, dass es sich bei den Oszillationen um einen Interferenzeffekt handelt. Folgt man der Argumentation in [24], so ist es beim transver-

salen Fokussierungsexperiment möglich, dass der aus dem Injektorkontakt in die Probe eintretende Strom zumindest teilweise phasenkohärent injiziert wird und so die Elektronen entlang ihrer ballistischen Trajektorien miteinander interferieren können. Auch bei den neuartigen Fokussierungssoszillationen stammen Elektronen, welche im zweiten Spannungskontakt ankommen, im einfachst möglichen Bild zwangsweise aus dem ersten Spannungskontakt, der beim Austritt der fraglichen Elektronen durchaus als kohärenter Punktkontakt fungieren kann. Wird die Phasenkohärenzlänge dann bei Temperaturen unter 400 mK größer als $1 \mu\text{m}$, so ist durchaus die Möglichkeit für Interferenzerscheinungen gegeben.

Abseits von tiefergehenden quantenmechanischen Betrachtungen erscheint auch folgendes einfache Bild plausibel: Gehen die Temperaturen nahe gegen Null, so sind die auftretenden Widerstandssoszillationen sehr sensitiv gegenüber der genauen Konfiguration der Streuzentren in der Probe, so dass sich ein sehr individuelles Bild im Widerstandsverlauf ergibt. Offenbar ist eine gewisse thermische Verschmierung nötig, um den Widerstandsverlauf zu glätten und den grundlegenden Mechanismus zu enthüllen.

5.4 Einfluss von Hallbarbreite W und Kontaktbreite d

Wie gesehen ist es nicht immer ganz klar, was genau bei Mikrohalls um $B = 0$ herum passiert. Es kann vorkommen, dass bei Temperaturen um 2 K ein Minimum auftritt und bei weiterem Abkühlen ein Maximum heranwächst. Bei sehr kleinen Feldern sind die Zyklotronradien sehr groß. Man hat es also mit einem Regime zu tun, in dem die auftretenden Zyklotronbahnen nicht mehr vollständig auf der Hallbar Platz finden. In diesem Zusammenhang könnte es interessant sein, die Hallbarbreite W zu variieren. Normalerweise sind die Halls quadratisch und es gilt $L = W$. Für rechteckige Halls fließt der Geometriefaktor $\frac{L}{W}$ in die gemessene Spannung ein (vergleiche Formel 2.18). Zur Normalisierung muss also mit $\frac{W}{L}$ skaliert werden, um den sogenannten Quadratwiderstand der Probe zu erhalten. Für ihn hat sich in der Literatur die Bezeichnung R_{\square} etabliert. Für nicht quadratische Halls gilt somit:

$$R_{\square} = R_{xx} \cdot \frac{W}{L} \quad (5.3)$$

Es lässt sich nun unter Einbeziehung der Formel 2.23 ein unteres kritisches Magnetfeld $B_{u\text{-krit}}$ definieren, welches dann erreicht wird, sobald der Zyklotrondurchmesser $2R_c$ vollständig im Inneren der Mikrohalls Platz findet:

$$2R_c = W \quad \Leftrightarrow \quad B_{u\text{-krit}} = \frac{2\hbar k_F}{eW} \quad (5.4)$$

Unterhalb dieses Feldes können nicht mehr alle Ladungsträger aus dem Bereich des ersten Spannungskontakts ohne Reflexion am gegenüberliegenden Rand der Hallbar

in Richtung des zweiten Kontakts propagieren. Nur noch solche Elektronen können sich weiter auf Skipping Orbits fortbewegen, die unter sehr flachem Winkel den Bereich des ersten Kontakts verlassen. Man erwartet also eine erhöhte Rückstreurrate. In Abbildung 5.7 sind Messungen an drei nahezu identisch gefertigten Hallbars gezeigt, deren Breite stark voneinander abweicht. Es handelt sich um Proben von niedriger Beweglichkeit, deren Quadratwiderstände keine besonders schönen Fokussierungsozillationen zeigen, dafür aber besonders hohe Maxima im Bereich kleiner Felder, wie sie bei Proben niedriger Beweglichkeit typisch sind. Eingezeichnet wurden die berechneten unteren kritischen Felder und es zeigt sich, dass die extrem hohen Widerstände bei kleinen Feldern genau von diesen kritischen Feldstärken begrenzt werden.

Analog zur vorhergehenden Überlegung lässt sich auch ein oberes kritisches Feld B_{o-krit} einführen, welches automatisch ins Spiel kommt, sobald die Kontaktbreite d

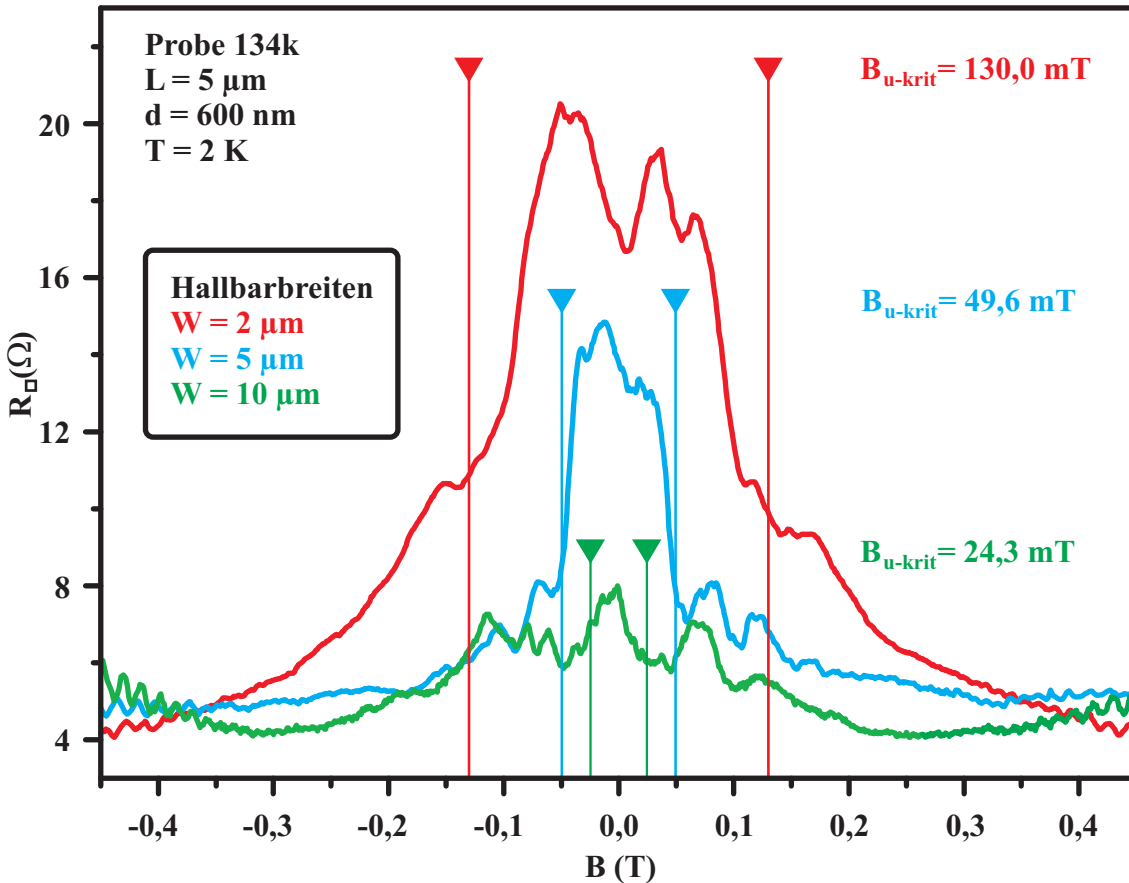


Abbildung 5.7: Messungen der Längsspannungen an Hallbars mit identischem Kontaktabstand $L = 5 \mu\text{m}$, aber variabler Breite W . Der für Proben niedriger Beweglichkeit charakteristische hohe Widerstandsanstieg bei kleinen Feldern tritt nur unterhalb des kritischen Feldes B_{u-krit} auf, unterhalb dem die Fokussierungsbedingung keine Gültigkeit mehr besitzt. Die Geometriefaktor behafteten Längswiderstände wurden auf Quadratwiderstände umgerechnet.

variiert wird. Werden die Kontakte so breit, dass ein ganzer Zyklotronorbit darin Platz findet, macht die Fokussierungsbedingung 5.1 keinen Sinn mehr:

$$2R_c = d \quad \Leftrightarrow \quad B_{o-krit} = \frac{2\hbar k_F}{ed} \quad (5.5)$$

Wird das Magnetfeld über dieses kritische Feld hinaus gesteigert, so erreichen zwangsläufig alle Ladungsträger auf Skipping Orbits den zweiten Spannungskontakt. Spätestens bei diesem Feld sollten also keine Oszillationen mehr auftreten. Diese naheliegende Vermutung wird durch die Messungen in Abbildung 5.8 an Proben mit stark

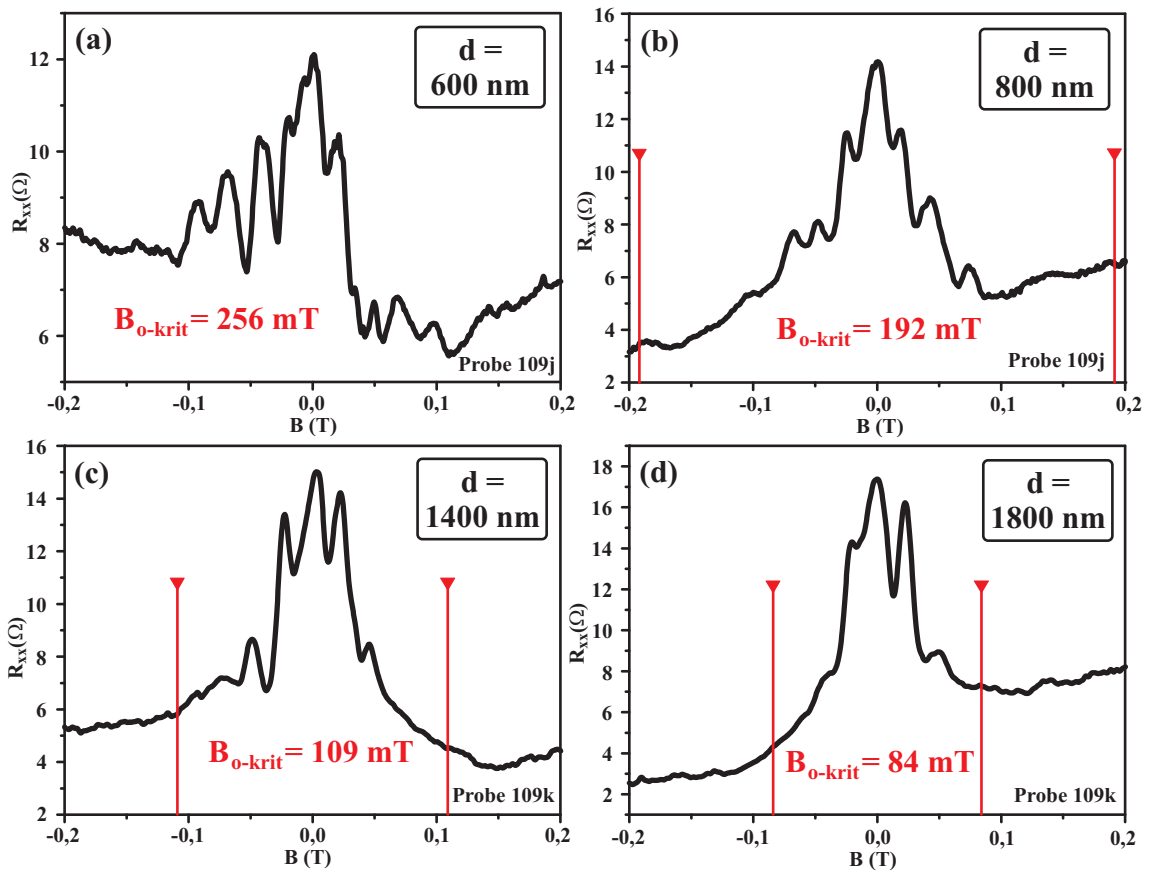


Abbildung 5.8: Messungen des Längswiderstands an Mikrohallbars identischer Größe $L = W = 5\mu\text{m}$, aber variabler Kontaktbreite d . Mit abnehmender Kontaktbreite sind Oszillationen bis zu höheren Ordnungen hinauf sichtbar. Spätestens beim oberen kritischen Feld B_{o-krit} sind keine Oszillationen mehr zu sehen. Meist kommen die Oszillationen bereits bei noch kleineren Feldern zum Erliegen. Generell werden die Oszillationen bei zunehmender Kontaktbreite abgerundeter und undeutlicher. Messungen unterschiedlicher Proben verhalten sich oft so stark unterschiedlich, dass ein direkter Vergleich schwer fällt. Messung a ($d = 600\text{ nm}$) und Messung b ($d = 800\text{ nm}$) wurden am selben Probenstück aufgenommen. Ebenso stammen Messung c ($d = 1400\text{ nm}$) und d ($d = 1800\text{ nm}$) von der selben Probe. Vergleicht man Messungen verschiedener Proben, so erscheinen beispielsweise b und c relativ ähnlich, obwohl der Unterschied in den Kontaktbreiten erheblich ist.

unterschiedlicher Kontaktbreite d qualitativ bestätigt. Meist kommen die Oszillationen sogar schon bei noch kleineren Feldern zum Erliegen. Außerdem lässt sich festhalten, dass die Oszillationen bei zunehmender Kontaktbreite generell mehr und mehr abgerundet und undeutlicher erscheinen. Dies ist nicht weiter überraschend, wenn man sich vor Augen hält, dass die Fokussierungsbedingung 5.1 genau genommen nur für punktförmige Kontakte gilt. Bei endlicher Ausdehnung der Kontakte kommt es stets zu einer Mittelung über sämtliche Trajektorien, welche über die gesamte Breite des ersten Kontakts hinweg ihren Anfang haben. Entsprechend verschwommen trifft dann die Fokussierungsbedingung auf die Gesamtheit der Trajektorien zu.

Kapitel 6

Simulationsrechnungen zum Transport in Mikrohallbars

Um den Ursprung der vorgestellten neuartigen Widerstandssoszillationen zweidimensional leitfähiger Systeme im ballistischen Regime zu ergründen, wurden begleitend zu der vorliegenden Arbeit am Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation in Göttingen Simulationsrechnungen durchgeführt. Die Arbeitsgruppe um Ragnar Fleischmann zeichnete sich bereits in der Vergangenheit durch erfolgreiche Arbeiten zum Magnetotransport aus, insbesondere auch im Hinblick auf Fokussierungseffekte und ballistischen Transport [54, 55]. Die hier vorgestellten Rechnungen wurden größtenteils im Rahmen einer Diplomarbeit von Kai Bröking in Kooperation mit dem Institut für nichtlineare Dynamik der Georg-August-Universität Göttingen durchgeführt [56].

Ausgangspunkt bildete die bereits in Abschnitt 5.2 erwähnte naive Vorstellung der mikroskopischen Situation. Demnach bewirkt ein Elektron, welches sich unter Magnetfeldeinfluss auf Skipping Orbits entlang des Hallbar Randes bewegt und in den ersten Spannungskontakt eintritt, das gleichzeitige Austreten eines weiteren Elektrons aus dem selben Kontakt, da der Nettostrom durch den Spannungskontakt Null ist. Das ausgetretene Elektron erreicht bei zutreffender Fokussierungsbedingung 5.1 mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit den zweiten Spannungskontakt, egal unter welchem Winkel es austritt. Zugrundegelegt sei hierbei das Bild der Kaustiken aus Graphik 4.13 und die Annahme, dass das Elektron im ideal ballistischen Regime keinen Streuungen ausgesetzt ist. Durch diesen vollständig ballistischen Elektronenaustausch kann keine Dissipation zwischen den beiden Kontakten stattfinden und es kommt zur Ausbildung annähernd identischer chemischer Potenziale in den beiden Kontakten, was sich durch eine markante Abnahme des gemessenen Widerstandes äußert.

Im Folgenden sollen die wichtigsten Konzepte und Ergebnisse der auf Grundlage des Landauer-Büttiker-Formalismus durchgeführten Simulationen und deren teilweise überraschende Ergebnisse überblicksartig zusammengefasst werden.

6.1 Landauer-Büttiker im rein ballistischen Fall

Als Grundlage aller Berechnungen an einem System mit vier Kontakten (zwei Strom- und zwei Spannungskontakte) im ballistischen Regime bietet sich der Landauer-Büttiker-Formalismus an. Im Folgenden bezieht sich die Nummerierung der Kontakte stets auf die in Abbildung 6.1(d) dargestellte Situation. Der Stromfluss erfolgt demnach zwischen den Kontakten 1 und 4, während die Widerstandsmessung an den Kontakten 2 und 3 vorgenommen wird. Stellt man analog zu dem in Abschnitt 3.4 zur Anschauung bereits ausgeführten 3-Kontakt-System das zugehörige Gleichungssystem auf, findet man:

$$\begin{aligned} I_1 &= (G_{12} + G_{13} + G_{14})U_1 - G_{12}U_2 - G_{13}U_3 - G_{14}U_4 \\ I_2 &= -G_{21}U_1 + (G_{21} + G_{23} + G_{24})U_2 - G_{23}U_3 - G_{24}U_4 \\ I_3 &= -G_{31}U_1 - G_{32}U_2 + (G_{31} + G_{32} + G_{34})U_3 - G_{34}U_4 \\ I_4 &= -G_{41}U_1 - G_{42}U_2 - G_{43}U_3 + (G_{41} + G_{42} + G_{43})U_4 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Zweckmäßigerweise wählt man als festen Punkt für die Spannungen $U_2 = 0$. Außerdem sind die Kontakte 2 und 3 stromlos, d.h. $I_2 = I_3 = 0$. Jetzt lässt sich $I_1 = -I_4 \equiv I$ definieren. Für die verbliebenen drei Spannungen U_1 , U_3 und U_4 ist das Gleichungssystem nun überdefiniert. Es darf also beispielsweise die vierte Zeile gestrichelt getilgt werden. Fasst man den Rest in Matrixschreibweise zusammen, so erhält man:

$$\begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{12} + G_{13} + G_{14} & -G_{13} & -G_{14} \\ -G_{21} & -G_{23} & -G_{24} \\ -G_{31} & G_{31} + G_{32} + G_{34} & -G_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Ziel ist es, den gemessenen Widerstand $R_{23} = \frac{U_3 - U_2}{I} = \frac{U_3}{I}$ zwischen den Kontakten 2 und 3 zu bestimmen. Dazu ist das Gleichungssystem nach U_3 aufzulösen. In der Praxis hilft dabei die Cramersche Regel [25]. Definiert man obige Matrix der Leitfähigkeitskoeffizienten als \mathbf{G} , dann ergibt sich für U_3 :

$$U_3 = \frac{(\det \mathbf{G})_{U_3}}{\det \mathbf{G}} \quad \text{mit} \quad (\det \mathbf{G})_{U_3} = \det \begin{pmatrix} G_{12} + G_{13} + G_{14} & I & -G_{14} \\ -G_{21} & 0 & -G_{24} \\ -G_{31} & 0 & -G_{34} \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$(\det \mathbf{G})_{U_3}$ ist also die Determinante der Matrix \mathbf{G} , bei der die zu U_3 gehörige Spalte durch den Vektor $(I, 0, 0)$ ersetzt wurde. Insgesamt folgt für den gesuchten Widerstand:

$$R_{23} = \frac{G_{24}G_{31} - G_{21}G_{34}}{\det \mathbf{G}} \quad (6.4)$$

Hier tauchen interessanterweise im Zähler nur Leitfähigkeiten (und damit Transmissionswahrscheinlichkeiten) zwischen je einem Strom- und einem Spannungskontakt auf. Die direkten Transmissionswahrscheinlichkeiten zwischen den beiden Spannungskontakten in Form von G_{23} und G_{32} gehen nur über die Determinante im Nenner ein.

Die neun unbekannten Koeffizienten G_{pq} müssen nun numerisch berechnet werden. Die prinzipielle Vorgehensweise beruht darauf, dass man durch den Kontakt q eine möglichst große Anzahl an Elektronen unter verschiedenen Winkeln in das System einschießt, deren Bewegung berechnet und schlicht abzählt, wie viele von ihnen einen bestimmten anderen Kontakt p erreichen. Ihr Bruchteil von der Gesamtmenge der eingeschossenen Elektronen liefert die Gesamttransmission \bar{T}_{pq} von Kontakt q nach p und damit den Leitfähigkeitskoeffizienten G_{pq} . Unter der Annahme nicht miteinander wechselwirkender Elektronen schreiben sich die zur Berechnung notwendigen Bewegungsgleichungen als Überlagerung zweier Anteile, die einerseits durch die im Magnetfeld wirkende Lorentzkraft und andererseits durch die Reflexionen der Elektronen an den Rändern der Hallbar gegeben sind. Um die Reflexionen mathematisch korrekt zu beschreiben, legt man für die Hallbar ein badewannenförmiges Potenzial $V_{\text{Rand}}(x, y)$ zu Grunde, dessen Ränder über die Fermienergie aufragen und nur an den Stellen der Spannungskontakte offen sind. Die leitenden Zuführungen zu den Kontaktstellen am Rand der Hallbar brauchen nicht miteinbezogen werden. Wählt man die Richtung des Magnetfeldes \vec{B} parallel zur z -Richtung, welche mit der x/y -Ebene ein Rechtssystem bildet, so lauten die Bewegungsgleichungen:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eB}{m^*}v_y - \frac{1}{m^*} \frac{dV_{\text{Rand}}}{dx} \quad (6.5)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{eB}{m^*}v_x - \frac{1}{m^*} \frac{dV_{\text{Rand}}}{dy} \quad (6.6)$$

Als Startbedingung wird für alle eingeschossenen Elektronen der Betrag ihrer Geschwindigkeit auf die Fermigeschwindigkeit festgelegt:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_F \quad (6.7)$$

Dies entspricht der Annahme einer Temperatur von $\Theta = 0$ K. Variiert wird dagegen der genaue Ort des Einschusses entlang der Öffnung des Kontaktes zur Hallbar und der Einschusswinkel. Um möglichst realistische Ergebnisse zu erzielen, müssen extrem viele Trajektorien mit unterschiedlichen Startbedingungen berechnet werden. Eine bei der Kapazität der vorhandenen Rechner vertretbare Größenordnung ist hierbei 10^6 . Zu beachten ist jedoch, dass diese Rechnungen jeweils nur Ergebnisse für einen bestimmten Wert des angelegten Magnetfeldes liefern. Um eine vernünftige B -Feld Abhängigkeit auftragen zu können, sind etwa 100 bis 200 Messpunkte zu simulieren.

Abbildung 6.1 fasst die wichtigsten Ergebnisse der Rechnungen unter der Annahme rein ballistischen Transports zusammen. Zunächst sticht bei Betrachtung der Magnetfeldabhängigkeit der einzelnen Leitfähigkeitskoeffizienten ins Auge, dass die Koeffizienten G_{32} und auch G_{42} für von Kontakt 2 ausgehende Elektronen beinahe erwartungsgemäß periodisch oszillieren. Doch leider treten diese Oszillationen in den berechneten Spannungen an den Kontakten 2 und 3 nicht mehr zu Tage. Vielmehr kommen die beiden Spannungsverläufe mit steigendem Feld mehr und mehr

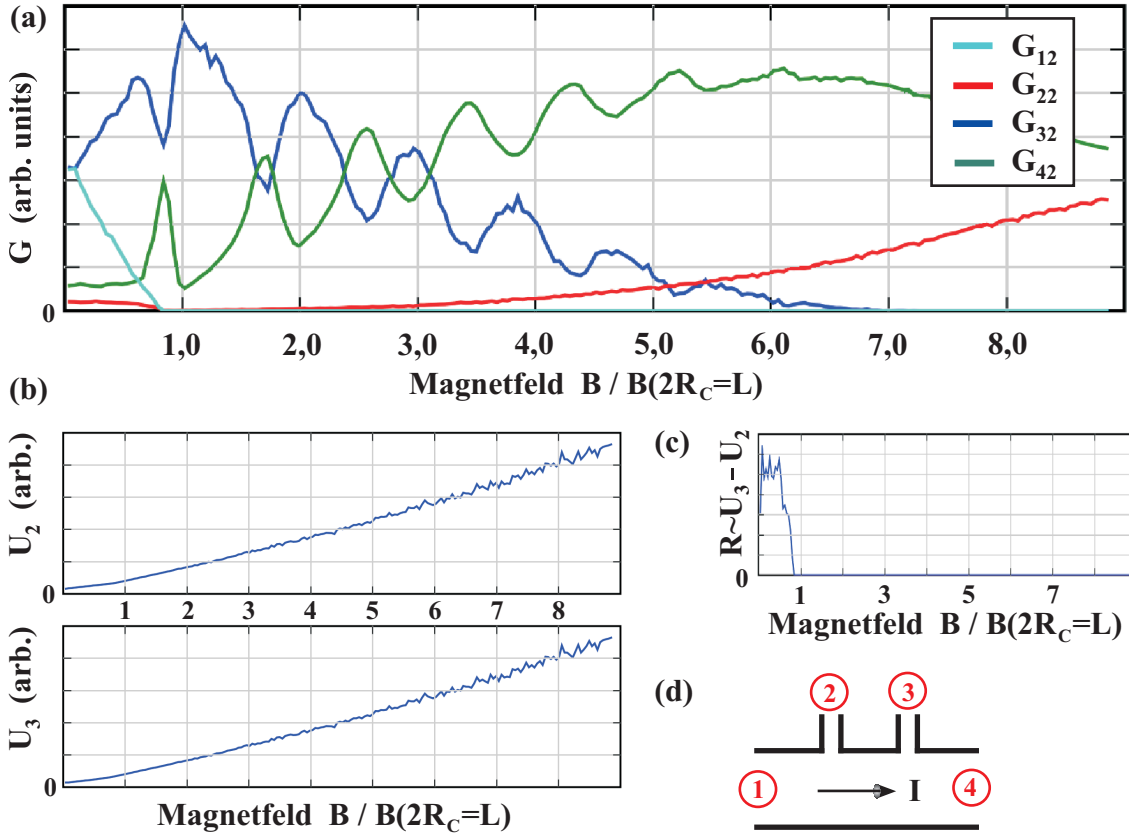


Abbildung 6.1: (a) Berechneter Magnetfeld-abhängiger Verlauf der Leitfähigkeitskoeffizienten für Trajektorien, die von Kontakt 2 ausgehen. Die Magnetfeldachse ist in Vielfachen desjenigen Magnetfeldes geeicht, bei dem der Zyklotrongdurchmesser gerade dem Kontaktabstand entspricht. Zu beachten: Im Gegensatz zum Text wurde bei diesen Rechnungen nicht U_2 , sondern $U_4 = 0$ gesetzt! (b) Aus den Leitfähigkeitskoeffizienten berechneter Verlauf der Spannungen an den Kontakten 2 und 3. (c) Differenz der beiden berechneten Spannungen an Kontakt 2 und 3. Dies entspricht dem erwarteten Widerstandsverlauf von R_{23} . (d) Zur Definition der Nummerierung der Kontakte. Der Stromfluss erfolgt von Kontakt 1 nach 4, Spannungsmessung zwischen Kontakt 2 und 3. Aus [56].

zur Deckung und folglich geht der Widerstand gegen Null. Nur für sehr kleine Felder mit entsprechend großen Zyklotronradien existieren ungewöhnliche Trajektorien, welche beispielsweise auch eine endliche Transmissionswahrscheinlichkeit von Kontakt 2 nach 1 bewirken. In diesem Bereich wird ein messbarer Widerstand zwischen Kontakt 2 und 3 vorhergesagt. Sobald aber das Feld stark genug ist, so dass volle Zyklotronumläufe im Inneren der Hallbar Platz finden, geht der gemessene Widerstand gegen Null und zwar unabhängig vom genauen Wert des angelegten Feldes.

Dieses Ergebnis lässt sich sogar anschaulich plausibel machen, wenn man konstatiert, dass bei einem hinreichend starken Magnetfeld in positiver z -Richtung alle Elektronen aus Kontakt 4 stets am unteren Hallbarrand entlang nach links laufen und keine Möglichkeit haben, die Kontakte 2 und 3 zu erreichen. Demnach gehen die Leitfähigkeiten G_{24} und G_{34} gegen Null und somit muss der Zähler in Glei-

chung 6.4 insgesamt gegen Null gehen. Völlig analog dazu können Ladungsträger aus Kontakt 1 bei umgekehrter Magnetfeld Richtung niemals die Kontakte 2 und 3 erreichen, wodurch G_{31} und G_{21} gegen Null gehen und der Gesamtwiderstand wiederum ebenfalls verschwindet.

6.2 Abkehr vom rein ballistischen Regime

Wie gesehen kann es also im vollständig ballistischen Regime die im Experiment beobachteten Magnetowiderstandsoszillationen nicht geben. Es ist deshalb unumgänglich, sich von der Vorstellung rein ballistischen Transports abzuwenden und residuale Streuungen mitzuberechnen. Nach Abschnitt 2.3 sind dies hauptsächlich Kleinwinkelvorwärtstreuung im räumlich statistisch fluktuierenden Feld der ionisierten Donatoren. Jeder einzelne Donator generiert ein elektrisches Potenzial V_e in der Ebene des 2DES, im Abstand z_0 unter der Dotierschicht:

$$V_e(x, y) = \frac{e}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} \quad (6.8)$$

Unter der Annahme einer geeigneten räumlichen Zufallsverteilung von Dotieratomen in der x/y -Ebene addiert man nun im einfachsten Falle die Potenziale aller Dotieratome auf und erhält ein räumlich statistisch fluktuierendes Unordnungspotenzial $V_{\text{Unordnung}}$ (vgl. Abbildung 6.2a). Eine typische Gesamtpotenziallandschaft aus Summe von Unordnungs- und Randpotenzial ist in Abbildung 6.2b gezeigt.

Tatsächlich trifft dabei die Annahme einer Atomlagen-dünnen Dotierschicht im festen Abstand z_0 zum 2DES (sogenannte Delta-Dotierung) bei den in den Experimenten verwendeten Proben nicht ganz zu. Statt der angenommenen Delta-Dotierung weisen die Materialien eine sogenannte Modulationsdotierschicht auf, die einen Durchmesser von 10 bis über 100 nm haben kann und mehr oder weniger homogen von Dotieratomen durchsetzt ist (vgl. Anhang A). Modulationsdotierte Heterostrukturen sprechen wesentlich besser auf in-situ interferometrische Belichtung an (siehe Abschnitt 7.3) und sind deshalb hier unverzichtbar. Trotzdem ist die Annahme eines festen Abstandes z_0 zwischen 2DES und Dotieratomen zum Zwecke der Generierung eines Hintergrundpotenzials gerechtfertigt, da ein von Atom zu Atom zufällig variierender Abstand z_0 auf die Beschaffenheit von $V_{\text{Unordnung}}$ keinen wesentlichen Einfluss hat.

Bei der Erzeugung des Unordnungspotenzials ist vielmehr hauptsächlich darauf zu achten, dass die sogenannte Korrelationslänge realistische Werte annimmt. Darunter versteht man den mittleren räumlichen Abstand zwischen zwei vergleichbaren Erhebungen in der Potenziallandschaft [57]. Dies muss zwangsläufig mit der Projektion der tatsächlichen Abstände der Dotieratome auf die x/y Ebene übereinstimmen. Eine sorgfältige Wahl der Korrelationslänge garantiert die erforderliche Übereinstimmung der im generierten Potenzial zu erwartenden Streuzeiten mit den gemessenen Streuzeiten τ_s .

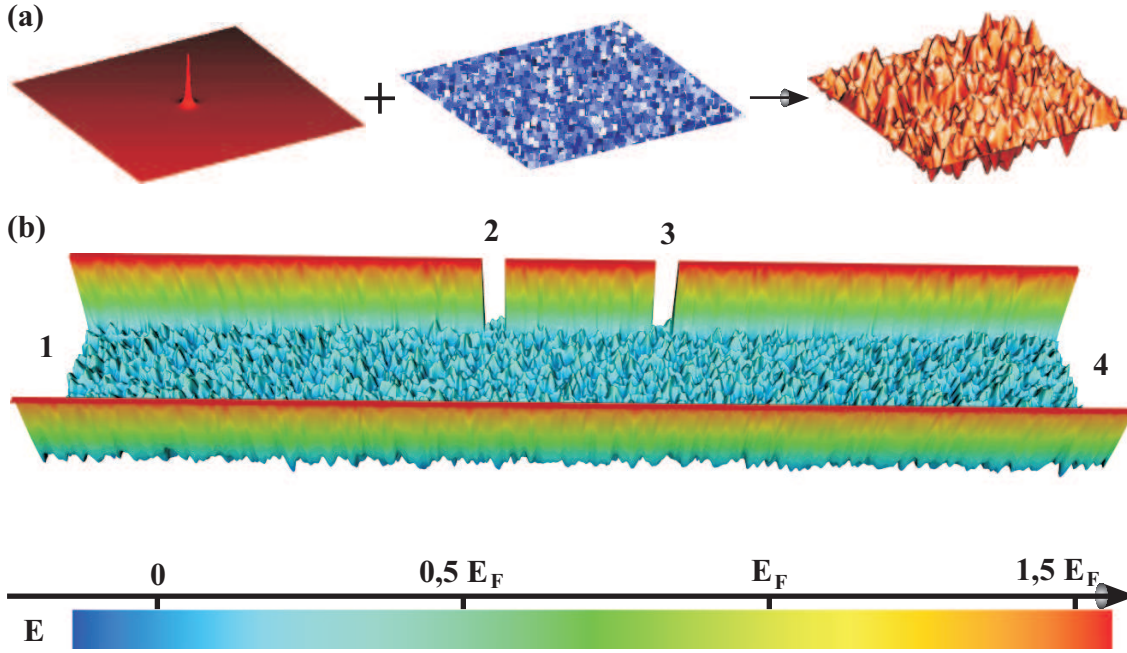


Abbildung 6.2: (a) Ein räumlich statistisch fluktuierendes Potenzial errechnet sich im einfachsten Falle durch Aufaddition der Deltapeak-förmigen elektrischen Potenziale jedes einzelnen Donatoratoms über alle Positionen einer zufälligen Ortsverteilung der Dotieratome. (b) Vollständige Potenziallandschaft aus Summe des Unordnungspotenzials und des wannenförmigen Einschlusspotenzials des Hallbar Randes. Die Spannungskontakte sind durch Lücken im Randpotenzial realisiert. Gezeigt ist nur das mittlere Drittel der für die Simulationen verwendeten Potenziallandschaft. Aus [56].

Unter Berücksichtigung von Unordnungs- und Randpotenzial und unter Vernachlässigung jeglicher Wechselwirkungen lauten die Bewegungsgleichungen jetzt:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eB}{m^*}v_y - \frac{1}{m^*} \left(\frac{dV_{\text{Rand}}}{dx} + \frac{dV_{\text{Unordnung}}}{dx} \right) \quad (6.9)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{eB}{m^*}v_x - \frac{1}{m^*} \left(\frac{dV_{\text{Rand}}}{dy} + \frac{dV_{\text{Unordnung}}}{dy} \right) \quad (6.10)$$

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen trifft man die Annahme völlig wechselwirkungsfreier Elektronenbewegung. Grundsätzlich ist dies erlaubt. Gängige Konzepte zur Behandlung von Vielteilchensystemen [58] betrachten hierzu ein einzelnes Elektron, welches einer völlig im Gleichgewicht befindlichen homogenen Verteilung von Elektronen hinzugefügt wird. Durch Abstoßungskräfte wird sich um das Elektron herum ein Bereich mit etwas abgesenkter Elektronendichte bilden. Diese Zone kann als positiv geladene Wolke interpretiert werden, welche bei Bewegung des Elektrons stets mitbewegt wird. Elektron und Wolke lassen sich als Quasipartikel behandeln, dessen Gesamtladung wesentlich niedriger ist, als die eines isolierten Elektrons. Aufgrund der stark verringerten Gesamtladung wechselwirkt das Quasiteilchen auch wesentlich weniger stark mit anderen Quasiteilchen.

Es sei bemerkt, dass dieses Bild jedoch leicht an Grenzen stoßen kann. So ist es beispielsweise bei endlicher Temperatur schon nicht mehr voll gültig, wenn Transport nicht nur an der Fermienergie stattfindet, sondern in einem Energieband um die Fermienergie herum. Auswirkungen im Magnetotransport beobachtet man zum Beispiel beim temperaturabhängigen Verhalten von Kommensurabilitätsoszillationen (siehe Abschnitt 7.5).

6.3 Simulationsergebnisse

Die Berechnung der Leitfähigkeitskoeffizienten für den Fall eines vorhandenen Unordnungspotenzials erfolgt auf die selbe Weise wie eingangs zu diesem Kapitel für den rein ballistischen Fall geschildert. Jedoch steigt der Aufwand an nötiger Rechenleistung enorm an. Am Institut für Dynamik und Selbstorganisation steht hierzu ein Cluster aus 24 Rechnern zur Verfügung, ausgestattet jeweils mit vier 2,4 GHz 64 bit Opteron Prozessoren und je 32 GB Arbeitsspeicher. Damit gelingt es, die Rechenzeit pro Messpunkt der Widerstandskurve auf größenordnungsmäßig eine Stunde zu begrenzen.

Die Abbildung 6.3 zeigt einen gerechneten Verlauf des magnetfeldabhängigen Längswiderstandes bis hinauf zu einem Magnetfeld, bei dem der Kontaktabstand L

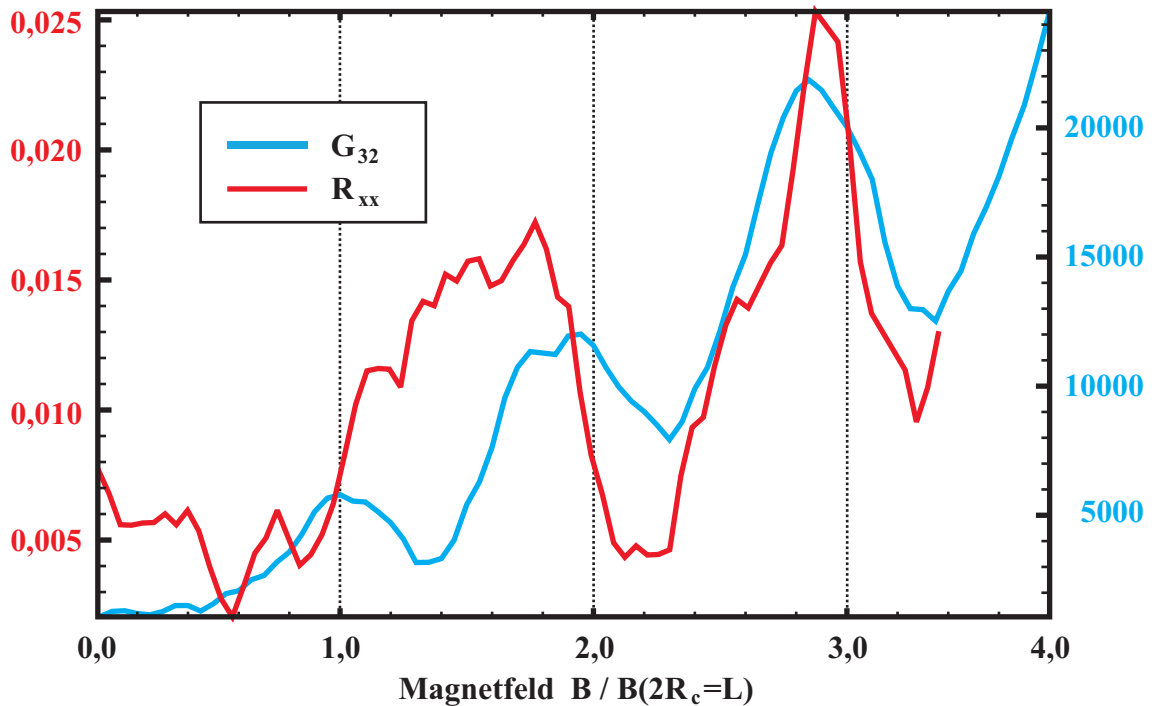


Abbildung 6.3: Gerechneter Verlauf des Längswiderstandes (rot) und des Leitfähigkeitskoeffizienten G_{32} (blau) für Magnetfelder bis zur vierten Fokussierung. Bei den Zahlenwerten an den Ordinaten handelt es sich um interne reduzierte Einheiten. Aus [59].

das vierfache des Zyklotrondurchmessers entspricht, bzw. bis zum Index $i = 4$ in der Fokussierungsbedingung. Zu erkennen ist, dass der Widerstandsverlauf tatsächlich annähernd periodische Oszillationen aufweist. Jedoch finden sich die Oszillationsminima nicht exakt an den erwarteten Positionen. Derartige Phasenverschiebungen wurden aber in den Experimenten sehr oft beobachtet und sind deshalb nicht überraschend. Weiterhin ist festzustellen, dass der Widerstandsverlauf zwischen $i = 2$ und $i = 4$ weitgehend dem Verlauf des Leitfähigkeitskoeffizienten G_{32} folgt, der die direkte Transmissionswahrscheinlichkeit zwischen den beiden Spannungskontakten beinhaltet. Für Magnetfelder unterhalb des Bereichs um $i = 2$ wird der elektrische Widerstand offenbar durch andere Leitfähigkeitskomponenten maßgeblich beeinflusst. Zusätzlich scheint sich, sofern die vorhandene Auflösung dies erlaubt, eine gewisse Feinstruktur anzudeuten. Auch dies deckt sich mit den experimentellen Messergebnissen bei tiefer Temperatur.

Es konnte also gezeigt werden, dass es prinzipiell möglich ist, periodische Oszillationen im Längswiderstand durch den Einfluss von Kleinwinkel Vorwärtsstreuungen im Potenzial der ionisierten Donatoren zu erklären. Wie hat man sich aber nun den Transport entlang der Hallbar tatsächlich vorzustellen? Fest steht, dass leicht zu deutende Stromverteilungen, wie etwa diejenige in Abbildung 4.13 auf Seite 52 mit ihren schön anzusehenden Kaustiken, keinesfalls mehr zutreffen. Um Licht in das Dunkel zu bringen, wurde untersucht, wie sich die Endpunkte der Trajektorien, welche in einem bestimmten Kontakt beginnen, in Abhängigkeit von den genauen Startbedingungen auf die verschiedenen anderen Kontakte verteilen. Bei den zu variierenden Startbedingungen handelt es sich um den Austrittswinkel aus dem Kontakt und den exakten Austrittspunkt entlang der Grenzlinie zwischen Kontakt und Hallbar. Graphisch dargestellt in Form von sogenannten „Basins of Attraction“ ergibt sich das in Abbildung 6.4 gezeigte Szenario.

Die Abbildung zeigt die Situation sowohl für den Fall ohne äußeres Magnetfeld als auch für die Fälle angelegter Magnetfelder, die der ersten und zweiten Fokussierungsbedingung entsprechen. Von besonderem Interesse sind natürlich die Trajektorien, welche in Kontakt 2 beginnen und in Kontakt 3 enden, also für den Leitfähigkeitskoeffizienten G_{32} verantwortlich sind. Hier existieren für den Fall verschwindenden Magnetfeldes nur vereinzelte Bahnen, welche kaum von Bedeutung sind und dazu führen, dass G_{32} ohne Magnetfeld erwartungsgemäß gegen Null geht. Steigert man das Magnetfeld bis zu dem Punkt, an dem die Fokussierungsbedingung erstmals zutrifft ($i = 1$), so treten im entsprechenden Diagramm tatsächlich erkennbar mehr grüne Punkte auf. Das heißt, es erreichen tatsächlich deutlich mehr Bahnen den Kontakt 3. Jedoch bleibt die Menge an grünen Farbtupfern enttäuschend weit hinter dem zurück, was man als Ursache für einen so deutlich messbaren Magnetowiderstandseffekt erwartet hätte.

Auch bei der nächst folgenden Fokussierung ($i = 2$) bietet sich ein ähnliches Bild, selbst wenn die Gesamtanzahl an Bahnen, welche die Kontakte 2 und 3 verbinden, auf etwa das Doppelte zugenommen hat. In der Abbildung nicht dargestellt sind die Fälle nicht zutreffender Fokussierungsbedingung. Hier fällt die Anzahl ent-

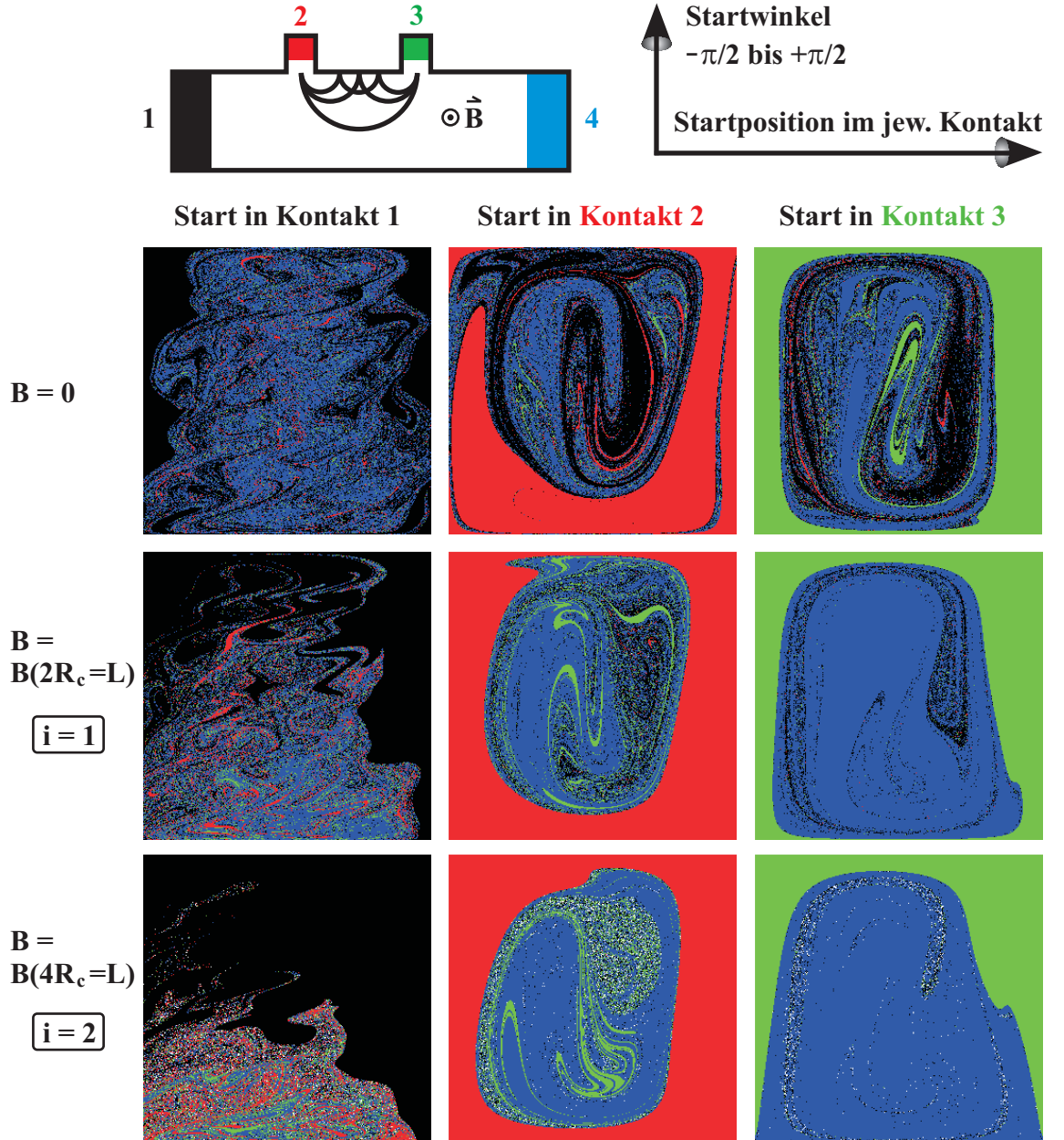


Abbildung 6.4: In diesen sogenannten Basins of Attraction sind für die einzelnen Startkontakte 1,2 und 3 bei bestimmtem Magnetfeld die von ihnen ausgehenden Trajektorien nach dem erreichten Endkontakt farbig aufgeschlüsselt. In der Hallbar Skizze sind die verwendeten Farben den einzelnen Kontakten zugeordnet. Jeder Farbpunkt in den Diagrammen steht für eine in dem der Farbe entsprechenden Kontakt endenden Trajektorie. An den Achsen der einzelnen Diagramme sind die variablen Startbedingungen der Trajektorien angetragen. Dabei handelt es sich um den Austrittswinkel aus dem Kontakt (Ordinate) und den Startpunkt der Trajektorie auf der Grenzlinie zwischen Kontakt und Hallbar (Abszisse). Dargestellt sind die Fälle verschwindenden Magnetfelds, sowie bei Magnetfeldern, die der ersten bzw. zweiten Fokussierungsbedingung entsprechen. Die Magnetfeldrichtung ist durch das Symbol in der Skizze oben links gegeben. Aus [59].

sprechender Trajektorien auf etwa die Hälfte des vorhergehenden Spitzenwertes ab. Dies ist auch dem Kurvenverlauf von G_{32} in Abbildung 6.3 zu entnehmen. Es bleibt letztendlich die erstaunliche Tatsache im Raum, dass derart kleine Variationen in der Verteilung der Elektronenbahnen zu einem markanten makroskopisch messbaren Effekt führen. Ein ungelöstes Problem ist es daher, das Zustandekommen der Widerstandsoszillationen in einem qualitativ anschaulichen Bild zu deuten. Denn die von Kontakt 2 ausgehenden Ladungsträger landen eben nicht überwiegend in Kontakt 3, sondern überwiegend in Kontakt 4, sofern sie nicht innerhalb kurzer Distanz sogar wieder in Kontakt 2 zurückgestreut werden. Dies ist insbesondere der Fall, wenn die Bahnen an den äußersten Rändern des Kontakts und unter extremen Winkeln ihren Anfang nehmen.

Geht man davon aus, dass in Wirklichkeit die Winkelverteilung beim Start der Bahnen nicht isotrop ist, sondern die geradlinig startenden Bahnen gehäuft auftreten (Cosinus-artige Verteilung) und auch die Startpunkte an den Rändern der Kontakte seltener vorkommen, als in der Mitte des Kontakts, so ändern sich die in Abbildung 6.4 gezeigten Diagramme dahingehend, dass die in der Mitte des Diagramms liegenden Punkte stärker gewichtet werden, so als ob man ein Vergrößerungsglas mittig über dem Diagramm platzieren würde. Genau dort treten aber die für den Koeffizienten G_{32} relevanten Bahnen gehäuft auf. Diese Tatsache vermag jedoch nur unzureichend darüber hinweg zu täuschen, dass nicht schlüssig begründet werden kann, wie genau es in Kontakt 3 zu einer Angleichung an das chemische Potenzial des Kontaktes 2 und somit zu den beobachteten starken Abnahmen im Längswiderstand kommen kann.

Kapitel 7

Modulierte ballistische Systeme

An dieser Stelle soll nun der eingangs der Arbeit vorgestellte Grundgedanke wieder aufgegriffen werden, wonach das Aufprägen eines periodisch alternierenden Modulationspotenzials auf eine Mikrohallbar zu interessanten Ergebnissen führen könnte. Bei breiten Hallbars kommt es bei Vorhandensein einer derartigen Modulation zu einem geometrischen Zusammenspiel zwischen der räumlichen Periodizität der aufgeprägten Potenziallandschaft und dem Zyklotronradius der Elektronen im 2DES. Die resultierenden Oszillationen im Längswiderstand der Hallbars sind deshalb als Kommensurabilitätsoszillationen bekannt.

Zielvorstellung wäre es, einen Zustand herbeizuführen, in dem der Ladungstransport durch eine modulierte Mikrohallbar völlig widerstandslos erfolgt, ähnlich dem durch Mani gefundenen Effekt des widerstandslosen Stromflusses durch 2DES, die einer Bestrahlung durch Mikrowellen ausgesetzt sind [6]. Dies würde die Anschauung untermauern, dass die Bestrahlung mit Mikrowellen zu einer effektiven periodischen Modulation des 2DES führt und es sich somit um einen Kommensurabilitätseffekt handelt, der unter dem besonderen Umstand ballistischen Transports einen widerstandslosen Stromfluss ermöglicht.

Im Folgenden soll in sehr knapper Form die Phänomenologie der auftretenden Effekte im Magnetotransport eines periodisch modulierten 2DES vorgestellt werden und die gängigen Theorien zur Erklärung kurz angerissen werden. Für eine tiefergehende theoretische Betrachtung sei hier beispielsweise auf [60] und [61] verwiesen. Sehr umfassende Zusammenstellungen über modulierte 2DES sowohl von experimenteller als auch theoretischer Seite betrachtet finden sich in [62] und in [63]. Nach einem Überblick über die verwendeten speziellen Versuchsanordnungen, werden schließlich erste Messungen an ballistischen Mikrohallbars vorgestellt, denen erfolgreich ein eindimensional periodisches Potenzial aufgeprägt werden konnte. Dabei wurden sowohl in Längsrichtung als auch in Querrichtung modulierte Systeme untersucht.

7.1 Phänomenologische Beschreibung

Grundsätzlich lässt sich Modulation eines 2DES einerseits mittels periodisch alternierender elektrostatischer Felder realisieren, oder mit Hilfe räumlich periodischer statischer Magnetfelder. Letztere werden üblicherweise durch das Aufbringen nanostrukturierter ferromagnetischer Materialien auf der Halbleiteroberfläche und deren Aufmagnetisierung in einem äußeren Feld erzeugt [64]. Der elektrische Fall kann durch periodisch strukturierte Gates auf der Oberfläche der Heterostruktur erreicht werden. Diese erzeugen das Modulationspotenzial entweder durch Anlegen einer elektrischen Gleichspannung [65] oder mit Hilfe des Piezoelektrischen Effektes. Diesen kann man nutzen, da das metallische Gatematerial im Allgemeinen einen wesentlich höheren thermischen Ausdehnungskoeffizienten besitzt als das Halbleitermaterial, und so führen thermische Verspannungen beim Abkühlen zur Entstehung periodischer piezoelektrischer Felder im Halbleiterkristall [66, 67]. Eine besonders elegante Methode elektrische Potenziale zu erzeugen ist die in-situ interferometrische Belichtung. Hierbei wird der Halbleiter bei tiefer Temperatur mit einem streifenförmigen Interferenzmuster beleuchtet und dadurch Donatoren in der Heterostruktur lokal ionisiert. Die Coulombfelder der ionisierten Donatoren summieren sich zu einem alternierenden Modulationspotenzial auf. Diese Methode wurde auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet und wird im übernächsten Abschnitt näher vorgestellt.

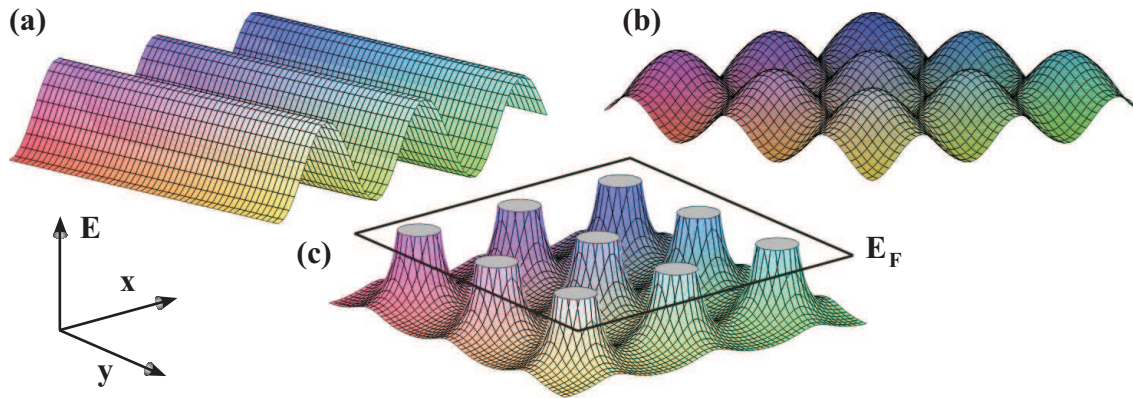


Abbildung 7.1: Elementare Typen von Modulationspotenzialen: (a) eindimensional periodisches (1D) Potenzial. (b) Zweidimensional periodisches (2D) Potenzial mit identischer Periode in beiden Richtungen. (c) Antidotpotenzial. Die Fermienergie des 2DES wird durch die schwarz umrandete Fläche symbolisiert. Die Potenzialberge durchstoßen die Fermienergie und sind nur bis zur Höhe derselben gezeichnet.

Neben der Unterscheidung von elektrischer und magnetischer Modulation muss weiterhin unterschieden werden zwischen eindimensional periodischer (1D) und zweidimensional periodischer Modulation (2D). In Bild 7.1 sind die Fälle schematisch veranschaulicht. Bei 1D Modulation ist wiederum zu unterscheiden, ob die Richtung der erzeugten Modulationsstreifen senkrecht oder parallel zur Stromflussrichtung

verläuft. Um die gemessenen Längswiderstände bei diesen beiden Fällen voneinander zu unterscheiden hat es sich eingebürgert, den gemessenen Widerstand als R_{xx} zu bezeichnen, wenn die Modulationsstreifen senkrecht zum Stromfluss liegen und als R_{yy} bei paralleler Ausrichtung (vergleiche Abbildung 7.2).

Darüberhinaus muss auch zwischen starker und schwacher Modulation unterschieden werden. Von starker Modulation spricht man üblicherweise, wenn die Stärke des Modulationspotenzials etwa 5% der Fermienergie des 2DES übersteigt. Bei 2D Modulation ist es sogar möglich, dass das aufgeprägte Potenzial stärker als die Fermienergie ist. Man spricht dann von einem Antidotgitter. Dieser Sonderfall lässt sich sehr einfach durch das Ätzen periodisch angeordneter Löcher in die Heterostruktur hinein realisieren [68, 69]. Der Potenzialverlauf eines Antidotgitters ist ebenfalls in Abbildung 7.1 angedeutet.

Der im Folgenden ausschließlich interessierende Fall schwacher elektrischer 1D Modulation zeichnet sich im Magnetotransportexperiment durch folgende Effekte in den Längswiderstandsmessungen aus:

- Ausgeprägte Widerstandssoszillationen in R_{xx} mit $1/B$ Periodizität bei kleinen Feldern. Die ebenfalls $1/B$ periodischen SdH Oszillationen sind hier bei moderaten Temperaturen meist noch nicht aufgelöst und weisen im Allgemeinen eine wesentlich kleinere Periode auf. Die Positionen der Minima der Kommensurabilitätsoszillationen in R_{xx} werden durch den folgenden Ausdruck beschrieben, worin a die räumliche Periode der Modulation bedeutet:

$$2R_c = \left(\lambda - \frac{1}{4} \right) a \quad \text{mit} \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots \quad (7.1)$$

Hierin spiegelt sich das geometrische Zusammenspiel zwischen Zyklotronradius R_c und Modulationsperiode a wider. Nur wenn beide von vergleichbarer Größenordnung sind, treten Kommensurabilitätseffekte auf.

- Aus 7.1 ergibt sich zusammen mit 2.23 unmittelbar ein Ausdruck für die Periode der Oszillationen auf der inversen B -Feldskala:

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right)_{\text{KO}} = \frac{ea}{2\hbar k_F} \quad (7.2)$$

- Schwache Kommensurabilitätsoszillationen in R_{yy} , die sich bei gängigen Temperaturen flüssigen Heliums gegenphasig zu den Oszillationen in R_{xx} verhalten. Gleichung 7.1 beschreibt hier also die Lage der Maxima.
- Häufiges Auftreten eines positiven Magnetowiderstands um $B = 0$ in R_{xx} , jedoch niemals in R_{yy} . Er sättigt bei sehr kleinen Feldern unterhalb 50 mT.
- Kommensurabilitätsoszillationen sind weniger stark temperaturempfindlich als SdH Oszillationen und können bis weit über 10 K beobachtet werden. Bei sehr

tiefen Temperaturen tritt außerdem ein bemerkenswerter Umklappprozess der Oszillationen in R_{yy} auf. Sie ändern dort ihre Phase um π , so dass Gleichung 7.1 unterhalb von etwa 1 K auch für R_{yy} die Positionen der Minima angibt.

In Abbildung 7.2 ist eine exemplarische Messung von R_{xx} und R_{yy} an einer streifenförmig 1D modulierten Probe gezeigt.

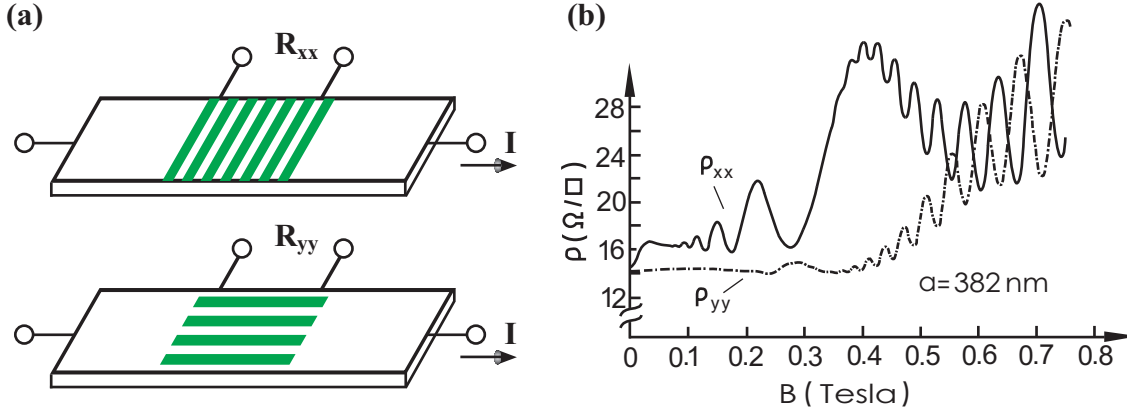


Abbildung 7.2: (a) Der Längswiderstand bei streifenförmiger Modulation senkrecht zur Stromflussrichtung wird mit R_{xx} bezeichnet. Für den Fall paralleler Ausrichtung hat sich R_{yy} eingebürgert. (b) Originalmessung aus der Erstveröffentlichung von Weiss [5] an einem 1D modulierten 2DES. Die gefundenen Kommensurabilitätsoszillationen werden bisweilen auch Weissoszillationen genannt.

Um schließlich den Gedanken widerstandslosen Stromflusses in einem derart modulierten System nochmals aufzugreifen, sollte es durchaus denkbar sein, dass sich Elektronen bei Längsstreifenmodulation unter gewissen Umständen auf schlangenförmigen Tajektorien entlang den Potenzialtälern widerstandslos fortbewegen könnten. In dieser Hinsicht werden die Messungen von R_{yy} an ballistischen Systemen mit aufgeprägten Längsstreifen von besonderem Interesse sein.

7.2 Überblick zur Theorie 1D-modulierter 2DES

Das Vorhandensein der Kommensurabilitätsoszillationen lässt sich analytisch korrekt aus quantenmechanischen Betrachtungen heraus erklären. Detaillierte Beschreibungen finden sich in [60, 61, 70]. Um in diesem Zusammenhang häufig anzutreffenden Verwirrungen bezüglich der Raumrichtungen x und y vorzubeugen, sei zunächst festgehalten: Die x -Richtung sei im Folgenden stets durch die Richtung der Periodizität des Modulationspotenzials festgelegt. D.h. liegen die Modulationsstreifen senkrecht zur Stromflussrichtung über die Hallbar, so misst man Längswiderstand in x -Richtung (R_{xx}). Im Falle paralleler Ausrichtung der Modulation entsprechend R_{yy} . Analog sind die Komponenten der Widerstands- und Leitfähigkeitstensoren ρ und σ festgelegt.

Das Modulationspotenzial wird nun als Störung aufgefasst, welche die in Gleichung 2.11 gegebenen Energien der Landauniveaus des 2DES beeinflusst. Sie verbreitern sich zu Landaubändern. Deren Breite variiert mit dem Magnetfeld (siehe Abbildung 7.3) und lässt sich mathematisch mittels eines Laguerrepolynoms beschreiben [25]. Weist das Laguerrepolynom eine Nullstelle auf, geht folglich die Bandbreite des Landaubandes gegen Null. Man spricht von einer Flachbandstelle. Genau diese Positionen werden von der phänomenologisch gefundenen Gleichung 7.1 beschrieben. Sie wird deshalb auch Flachbandbedingung genannt.

Gleichzeitig kommen mit der Bandverbreiterung auch zwei neue Leitfähigkeitsbeiträge ins Spiel: Die Bandleitfähigkeit ergibt sich aus der Tatsache, dass der modifizierte Ausdruck für die Landauniveaus eine explizite Abhängigkeit von k_y enthält: $E_n(B) \rightarrow E_{n,k_y}(B)$. Damit verknüpft ist automatisch eine Gruppengeschwindigkeit in y -Richtung. Weiterhin ergibt sich eine Modifikation der ohnehin vorhandenen Streuleitfähigkeit durch eine geänderte Abhängigkeit der Streurate von der Zustandsdichte an der Fermienergie. Insgesamt ergeben sich folgende Tatsachen:

1. Die Bandleitfähigkeit liefert lediglich einen zusätzlichen Leitfähigkeitsbeitrag in y -Richtung zur Komponente des Leitfähigkeitstensors σ_{yy} .
2. Die Streuleitfähigkeit liefert Beiträge zur Leitfähigkeit in σ_{xx} und in σ_{yy} .
3. An einer Flachbandstelle geht der Bandleitfähigkeitsbeitrag gegen Null, während die Beiträge der Streuleitfähigkeit maximal werden.
4. Der Mechanismus der Streuleitfähigkeit ist deutlich schwächer und wird von der Bandleitfähigkeit (falls vorhanden) dominiert.
5. Die Leitfähigkeitskomponenten stehen über Gleichung 2.16 folgendermaßen mit den Widerstandskomponenten in Zusammenhang (die räumliche Isotropie ist durch das Modulationspotenzial aufgehoben):

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \quad , \quad \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \quad (7.3)$$

Insbesondere bedeutet das eine verschwindende Widerstandskomponente bei verschwindender korrespondierender Leitfähigkeitskomponente.

Somit lässt sich einerseits erklären, dass bei Querstreifenmodulation an den Flachbandstellen Minima im Längswiderstand R_{xx} auftreten, die durch Minima der Bandleitfähigkeit verursacht werden, welche wiederum die Widerstandszunahme durch Maximierung der Streuleitfähigkeitsbeiträge überdecken. Andererseits treten bei Längsstreifenmodulation an den Flachbandstellen Maxima im Längswiderstand R_{yy} auf, da hier die Zunahme der Streuleitfähigkeit nicht durch eine gegenläufige Bandleitfähigkeit dominiert wird.

Auf eine alternative Theorie, die auf semiklassischen Mechanismen beruht, sei an dieser Stelle hingewiesen. Mit dem vielerorts gern zitierten Modell der „Guiding

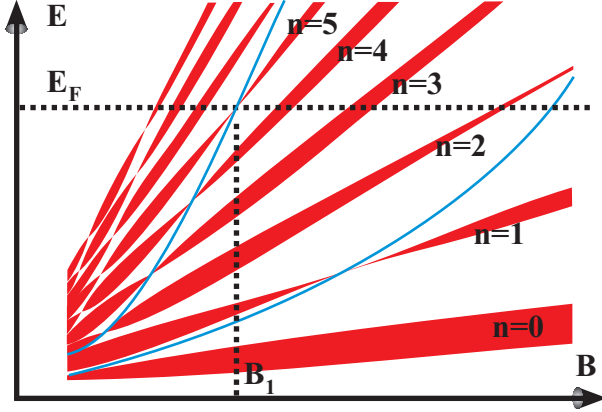


Abbildung 7.3: Magnetfeldabhängige Gestalt der Landaubänder (rot) bei Vorhandensein eines 1D Modulationspotenzials. Die Flachbandstellen reihen sich entlang der eingezeichneten parabelähnlichen Kurven (blau) auf. Bei der gestrichelt eingezeichneten Lage der Fermienergie E_F kommt bei Magnetfeld B_1 gerade eine Flachbandstelle im Landauband $n = 5$ an der Fermikante zum Liegen. Im Widerstand R_{xx} würde ein Minimum auftreten.

Center Drift Resonance“ [71] lassen sich zwar die Kommensurabilitätsoszillationen in R_{xx} erklären, nicht aber diejenigen in R_{yy} .

Dennoch sind semiklassische Betrachtungen oft sehr hilfreich - beispielsweise für die Deutung des in R_{xx} auftretenden positiven Magnetowiderstandseffekts bei sehr kleinen Feldern. Im Modell des klassischen „magnetischen Durchbruchs“ [72] geht man davon aus, dass im 1D modulierten 2DES neben den Zyklotronorbits auch noch offene Trajektorien existieren, die einen Beitrag zur Leitfähigkeit liefern. Bei diesen Trajektorien handelt es sich um schlangenförmig parallel zu den Hügelrücken der Modulationspotenziallandschaft verlaufende Bahnen, die sich quasi entlang eines Potenzialtales in y -Richtung schlängeln und so einen Leitfähigkeitsbeitrag zu σ_{yy} liefern. Über Zusammenhang 7.3 kommt dies einer Widerstandszunahme in R_{xx} gleich. Die schlangenartigen Trajektorien können existieren, so lange die aus dem angelegten Magnetfeld resultierende Lorentzkraft auf ein Elektron kleiner ist als die maximale elektrische Coulombkraft, welche sich als Gradient des Potenzialverlaufes darstellt. Der Widerstandsanstieg sättigt bei einem Feld B_0 , sobald beide Kräfte miteinander im Gleichgewicht stehen.

Auf diese Art und Weise ist es sehr leicht möglich, die Amplitude V_0 des Modulationspotenzials aus der Sättigungsfeldstärke des positiven Magnetowiderstands zu errechnen. Das Potenzial mit der Periodizität a lässt sich schreiben als $V(x) = V_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$. Für die Coulombkraft erhält man daraus als obere Grenze $2\pi \frac{V_0}{a}$. Durch Gleichsetzen mit der Lorentzkraft $ev_F B_0$ und unter Ausnutzung von 2.1 erhält man sofort eine gute Abschätzung der Modulationsamplitude:

$$V_0 = \frac{e\hbar}{2\pi m^*} B_0 a k_F \quad (7.4)$$

7.3 In-situ interferometrische Interferenz

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen an modulierten Systemen wurde ausschließlich die Methode der in-situ interferometrischen Belichtung zur Erzeugung eines 1D Modulationspotenzials verwendet. Dabei wird die Probe im Kryostaten bei

tiefer Temperatur durch Überlagerung zweier kohärenter Laserstrahlen mit einem Interferenzstreifenmuster beleuchtet. Dadurch können sogenannte DX Zentren in der Dotierschicht zu einer irreversiblen Abgabe von Elektronen bewegt werden. Bei einem DX Zentrum handelt es sich um einfach negativ geladene Silizium Dotieratome, die bei Aufnahme ihres zusätzlichen Elektrons von ihrem regulären Gitterplatz an der Stelle eines Galliumatoms um etwa 0,1 nm in [111] Richtung auf einen Zwischengitterplatz springen. Dort existiert eine stabile Gleichgewichtslage, jedoch muss eine Energiebarriere auf dem Weg dorthin überwunden werden. Ohne Beleuchtung liegen bereits etwa gleich große Anteile sämtlicher Silizium Donatoren in positiv ionisiertem Zustand und im DX Zustand vor. Gibt ein DX Zentrum sein überzähliges Elektron durch Photoionisation ab, so springt das Atom wieder an seine reguläre Gitterstelle zurück. Dort kann es ein weiteres Elektron abgeben. Bei tiefer Temperatur ist es ihm aber nicht mehr möglich, in die DX Konfiguration zurückzukehren, da dazu die Überwindung der Energiebarriere nötig wäre. Man spricht deshalb von einem persistenten Photoeffekt [73, 74].

Die experimentelle Vorgehensweise ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Ein kurzer Laserpuls wird mit einem Strahlteiler in zwei kohärente Teilstrahlen aufgespalten. Diese werden in Glasfasern eingekoppelt und auf diesem Wege in den Kryostaten ge-

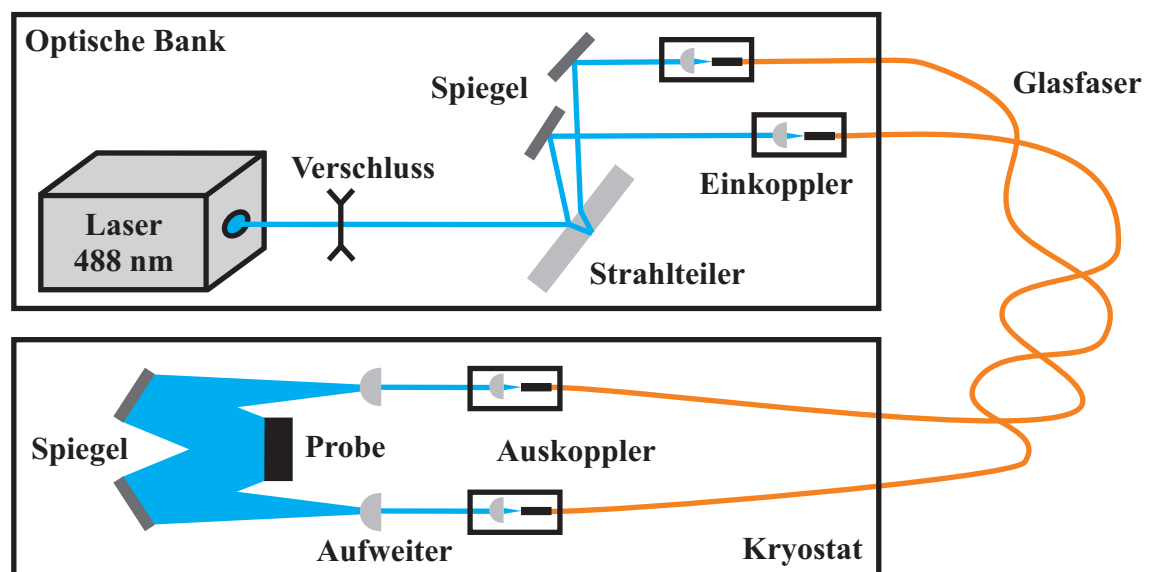


Abbildung 7.4: Prinzip der in-situ interferometrischen Belichtung: Ein blauer Laserstrahl (Argon-Ionen Laser mit 488 nm Wellenlänge) wird in zwei kohärente Teilstrahlen aufgespalten und über spezielle polarisationserhaltende Glasfasern in den Kryostaten geführt. Dort werden bei tiefer Temperatur die beiden Strahlen mittels zweier Spiegel auf der Probenoberfläche überlagert. Es kommt zur Ausbildung eines Interferenzstreifenmusters mit einer Periode im Bereich der Laserwellenlänge. Zur Belichtung genügt ein kurzer Lichtpuls von etwa einer tausendstel Sekunde Dauer. Diese kurze Belichtungsdauer wird mit Hilfe eines herkömmlichen Fotokameraverschlusses realisiert. Sämtliche optischen Aufbauten außerhalb des Kryostaten sind auf einer speziellen vibrationsgedämpften optischen Bank angeordnet.

leitet. Dort werden die beiden Strahlen an Ort und Stelle auf der Probenoberfläche bei tiefer Temperatur miteinander zur Interferenz gebracht. In der Probe kommt es entsprechend der Interferenzstreifen räumlich periodisch zur Photoionisation der Donatoren. Die Coulombfelder ihrer positiven Ladungen addieren sich schließlich in der Ebene des 2DES zu einem periodisch alternierenden Modulationspotenzial. Essentiell für ein Interferenzstreifenmuster von hohem Kontrast ist es, die Polarisation der beiden Laserstrahlen während des Durchgangs durch die Glasfaser aufrecht zu erhalten. Dies geschieht durch Verwendung spezieller Fasern, denen herstellerseitig eine mechanische Verspannung ihres Querschnitts aufgezwungen wurde und so eine Vorzugsrichtung der Polarisation erreicht wird. Detailliert erläutert findet sich das gesamte Verfahren der in-situ interferometrischen Belichtung in [75].

Zur Bestimmung der Periodizität a des Interferenzstreifenmusters sind einige Überlegungen nötig, welche in Abbildung 7.5 zusammengestellt sind. Die Periode wird durch die Laserwellenlänge bestimmt; es besteht jedoch die Möglichkeit durch Wahl verschieden stark geneigter Umlenkspiegel im Kryostaten die Periode zu beeinflussen. Zunächst ist festzuhalten, dass bei der in Bild 7.5a gezeigten Anordnung der Neigungswinkel des verwendeten Spiegels γ nicht identisch mit dem Einfallswinkel des Lasers auf der Probe β ist. Vielmehr gilt: $\beta = 2\gamma$. Aus Bild 7.5b lässt sich dann sofort der Zusammenhang zwischen Laserwellenlänge Λ , Einfallswinkel β und Periode a ablesen. Es gilt:

$$\sin \beta = \frac{\Lambda}{2a} \quad (7.5)$$

7.4 Querstreifen Modulation

Im Folgenden werden nun zunächst Messungen vorgestellt, die an Mikrohallbars mit aufgeprägter Querstreifenmodulation gewonnen wurden. Grundsätzlich ist zu bemerken, dass Längs- und Querstreifenmodulation bei der gewählten Geometrie der verwendeten Hallbars nicht gleichzeitig gemessen werden können, da dies nur mit L-förmigen Hallbars möglich wäre, deren Verwendung für die vorausgehenden Experimente nicht erforderlich war. In [45] ist ausführlich geschildert, welche experimentellen Schwierigkeiten es bei der Durchführung von in-situ interferometrischen Belichtungen zu meistern gilt. An dieser Stelle sei lediglich erwähnt, dass bei Weitem nicht gewährleistet ist, dass bei jedem Belichtungsversuch auch ein brauchbares Streifenmuster auf der Probenoberfläche entsteht. Meist verhindern winzige Ungenauigkeiten bei der zeitaufwändigen Justierung der optischen Bauteile im Laserstrahlengang vor Einkopplung in die Glasfasern eine völlig identische Intensität beider Teilstrahlen, wodurch das Interferenzmuster einen zu niedrigen Kontrast erhält. Oft sind es aber auch winzige Verunreinigungen etwa auf den Spiegeln im Probenstab, welche ein gleichmäßiges Interferenzmuster verhindern. Ist der Belichtungsversuch fehlgeschlagen, muss die Probe auf mindestens 200 K erwärmt werden, um die

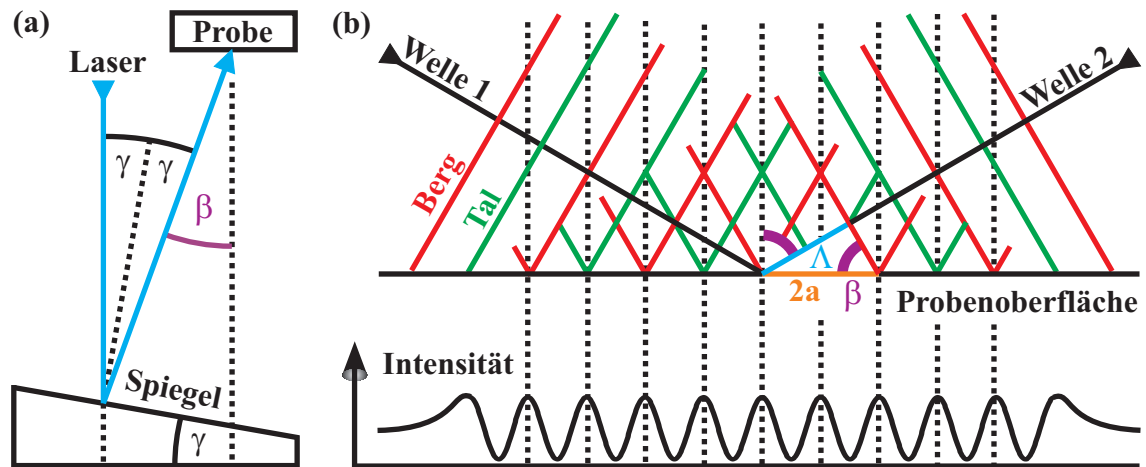


Abbildung 7.5: (a) Zusammenhang zwischen Neigungswinkel γ der im Probenstab montierten Spiegel und dem Einfallswinkel β der Laserstrahlung auf die Probenoberfläche. Es gilt: $\beta = 2\gamma$. (b) Zur Berechnung der Modulationsperiode a aus Laserwellenlänge Λ und Einfallswinkel β : Dar gestellt sind Wellenberge (rot) und Wellentäler (grün) der beiden einfallenden Wellen. In guter Näherung sind die Wellenfronten eben. Die Intensitätsverteilung auf der Probenoberfläche nimmt ein Maximum an, wenn entweder Wellenberg auf Wellenberg, oder Wellental auf Wellental trifft. Destruktive Interferenz und damit minimale Intensität tritt auf, wenn Wellenberge auf Wellentäler treffen.

Ionisierung der Donatoren vollständig rückgängig zu machen und die Rückkehr in den DX Zustand zu ermöglichen. Man spricht hierbei vom Löschen der Modulation.

Ein guter Indikator für die Qualität der jeweiligen Belichtung ist die Abnahme verschiedener Längsspannungen entlang der Hallbar im Augenblick der Belichtung. Hierbei wird die Zunahme der lokalen Leitfähigkeit durch die bei Belichtung freigesetzten zusätzlichen Ladungsträger beobachtet. Die gemessenen Spannungen sollten dabei entlang der gesamten Probe auf ein einheitliches Niveau abfallen. Außerdem ist es erfahrungsgemäß ein gutes Zeichen, wenn der Spannungsabfall abrupt erfolgt, ohne lange Relaxationszeiten und ohne die manchmal zu beobachtenden hohen Überschwinger im Moment der Belichtung. Abbildung 7.6 zeigt gemessene Längsspannungen im zeitlichen Verlauf einer gelungenen Belichtung. Bei eingeschränkten Mikrohallbars ist zu beachten, dass insbesondere an den schmalen Spannungsabgriffen durch eine Verbreiterung der Verarmungszonen im unbelichteten Zustand oft annähernd gar keine Leitfähigkeit des 2DES vorliegt und somit vor der Belichtung um Größenordnungen höhere Längswiderstände gemessen werden, als an den breiten Stellen der Hallbar. Hier gilt das Augenmerk vor allem einem Abfall der gemessenen Spannungen auf Niveaus, die den breiten Stellen der Hallbar vergleichbar sind.

In der Abbildung 7.7 sind zwei gleichzeitig aufgezeichnete Magnetotransportmessungen eines mit Querstreifen modulierten Systems gezeigt. Die beiden Widerstände wurden an benachbarten Stellen der Hallbar abgegriffen, an einer breiten Stelle und an einer eingeschränkten Stelle. In der Messung an der breiten Hallbar sind deutlich ausgeprägte Kommensurabilitätsoszillationen bis mindestens zur achten Ord-

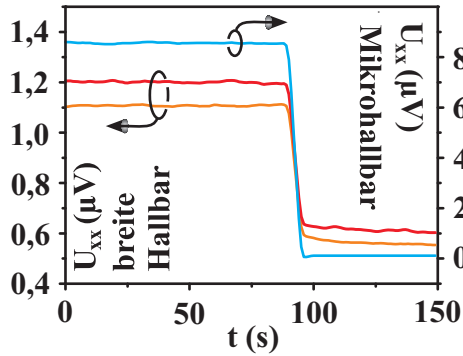


Abbildung 7.6: Abfall verschiedener Längsspannungen entlang einer Hallbar während eines erfolgreichen Belichtungsvorgangs. An den beiden uneingeschränkten Bereichen der Hallbar fallen die Spannungen um etwa 50% ab. Lange Relaxationszeiten und Überschwinger sind nicht zu beobachten. Die an der eingeschränkten Stelle gemessene Spannung (blau) fällt um 99% und gleicht sich den übrigen Spannungen größenordnungsmäßig an. Die Belichtungsdauer betrug 1/1500 s.

nung ($\lambda = 8$) zu erkennen. Aus der Periodizität der Oszillationen auf der inversen Magnetfeldskala lässt sich über Gleichung 7.2 eine Modulationsstreifenperiode von $a = 535$ nm rückrechnen. Nach Beziehung 7.5 wäre jedoch bei dem gewählten Spiegelkippwinkel von $\gamma = 15^\circ$ eine Periode von 488 nm zu erwarten gewesen. Diese Abweichung um 10% relativiert sich, wenn man bedenkt, dass dies einer Abweichung im Spiegelkippwinkel von kaum mehr als 1° entspricht. Derartige Abweichungen werden hauptsächlich durch die manuelle Befestigung der Spiegel im Probenstab verursacht.

Die Kommensurabilitätsoszillationen sind an der Mikrohallbar nur bei Magnetfeldern über 50 mT zu erkennen und selbst dort scheinen sie teilweise leicht phasenverschoben zu den Oszillationen an der breiten Hallbar. Dies liegt offensichtlich an der Überlagerung mit den sehr starken Fokussierungsozillationen, welche in dem verwendeten Temperaturbereich von unter 1 K besonders stark und mit unregelmäßigem Charakter zu Tage treten. Bei der verwendeten Probe handelt es sich zwar um ein Exemplar mit besonders hoher Beweglichkeit von gemessenen 7,7 Millionen cm^2/Vs (bei 100 mK an der breiten Hallbar), jedoch können die hier zu erwartenden schönen regelmäßigen Fokussierungsozillationen mit tief liegenden Minima nur bei Temperaturen im Bereich von 4 K beobachtet werden. Dieser Temperaturbereich steht für Experimente mit interferometrischer Belichtung leider nicht zur Verfügung, da die in-situ interferometrische Experimentieranordnung momentan nur am Mischkryostaten implementiert ist, der keine Temperaturen über 1 K erlaubt.

Leider ist es bei den gezeigten Messungen nicht leicht, die Stärke des erzeugten Modulationspotenzials zu bestimmen, da auch bei uneingeschränkter Hallbar kein eindeutiger positiver Magnetowiderstandsverlauf bei kleinen Feldern beobachtet werden kann. Dies mag in einer Überlagerung des positiven Magnetowiderstands durch einen negativen Magnetowiderstand begründet sein. Letzterer kann beispielsweise durch die bereits erwähnte schwache Lokalisierung verursacht sein. Jedes 2DES verhält sich in diesem Bereich anders. Geht man davon aus, dass sich beide Effekte hier in etwa aufheben, lässt sich eine Sättigung beider Effekte am Rande des kleinen Plateaus um $B = 0$ herum annehmen. Dies entspricht einem Feld von 4 mT. Daraus errechnet sich eine Stärke des Modulationspotenzials von $V_0 = 0,06$ meV, was 1,2% der Fermienergie entspricht. Diese sehr grobe Abschätzung liefert einen

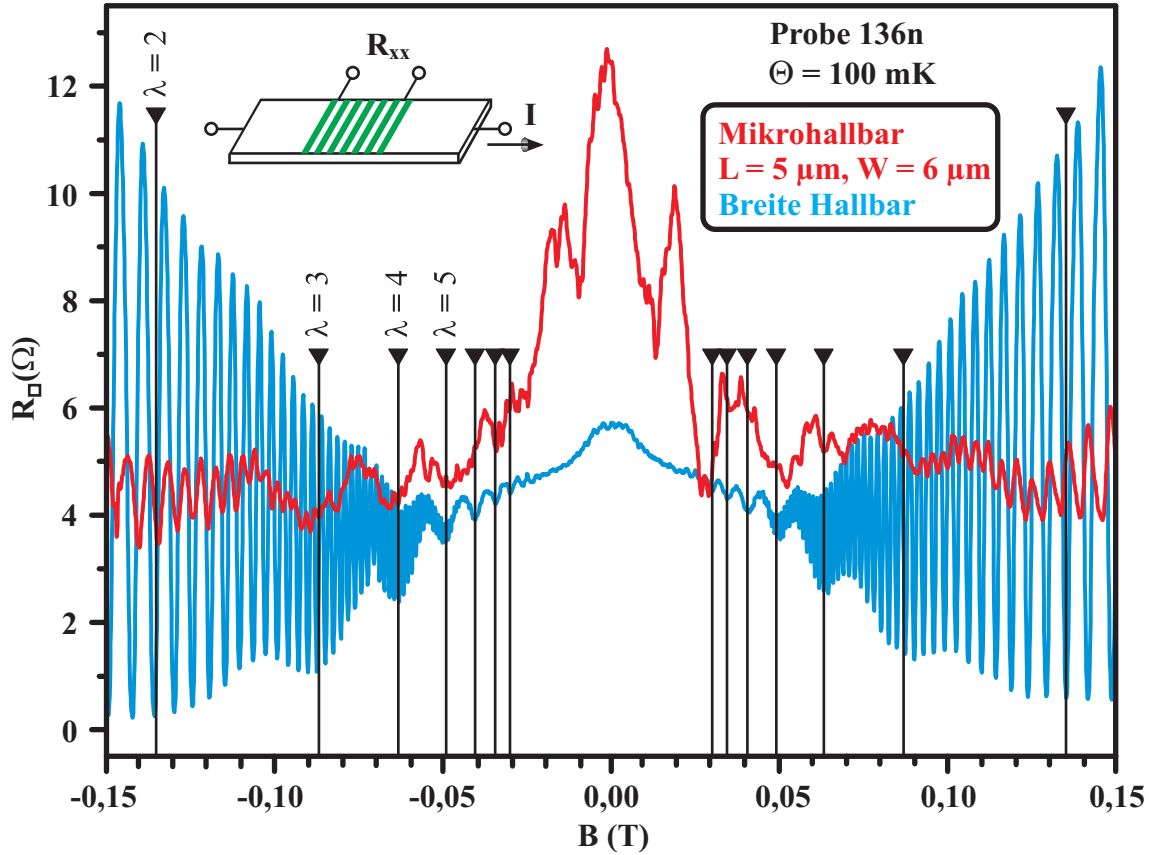


Abbildung 7.7: Magnetotransportexperiment an breiter (blau) und eingeschränkter Hallbar (rot) bei Querstreifen Modulation. Die breite Hallbar zeigt gut ausgeprägte Kommensurabilitätsoszillationen, während diese bei der Mikrohallbar nur ansatzweise bei größeren Feldern zu erkennen sind und sonst von den starken unregelmäßigen Fokussierungsooszillationen bei sehr tiefen Temperaturen überlagert und dominiert werden. Die schwarzen Dreiecksymbole mit Strichen markieren die Flachbandpositionen für ein System mit Ladungsträgerdichte $n_s = 1,43 \cdot 10^{15}/\text{m}^2$ und der Modulationsperiode $a = 535$ nm. Das erste Minimum bei 311 mT liegt außerhalb des abgebildeten Bereichs. Aufgrund der rechteckigen Hallbargeometrie wurden die Längswiderstände auf Quadratwiderstände umgeecht. Die Messtemperatur betrug 100 mK.

erfahrungsgemäß als realistisch zu erachtenden Wert.

Eine zuverlässigere Methode zur Bestimmung von V_0 findet sich bei Mirlin [76]. Darin wird das Verhalten der Amplitude der Kommensurabilitätsoszillationen analysiert. Es wird darauf verzichtet, dies näher darzustellen, da der Stärke des Modulationspotenzials keine weitere Bedeutung zukommt. In früheren Experimenten wurden mittels in-situ interferometrischer Belichtung stets Potenzialstärken von unter 5% der Fermienergie gefunden. Wie in [77] berechnet und beispielsweise in [78] experimentell realisiert, führen stärkere Potenziale von mehr als 10% der Fermienergie zu einer deutlichen Veränderung des Charakters der Kommensurabilitätsoszillationen, wie es bei interferometrischer Belichtung niemals beobachtet wurde.

7.5 Längsstreifen Modulation

Vorausgeschickt werden muss an dieser Stelle eine Ergänzung zur Theorie der Kommensurabilitätsoszillationen, wie sie in Abschnitt 7.2 zusammengefasst wurde. Wie von Mitzkus erstmals experimentell beobachtet [79], erfahren die Kommensurabilitätsoszillationen in R_{yy} bei sehr tiefen Temperaturen eine Phasendrehung um π . Somit liegen die Minima der Oszillationen an den selben Stellen wie die Minima in R_{xx} und werden ebenfalls durch die Flachbandbedingung 7.1 beschrieben. Die genaue Umklapptemperatur hängt dabei von der Beweglichkeit des verwendeten 2DES, aber auch von der Modulationsstärke ab. Theoretisch gedeutet wurde dieses Verhalten von Gornyi [80]. Er konnte zeigen, dass es sich dabei um einen auf Elektron-Elektron-Wechselwirkung beruhenden Effekt handelt. Demnach hat man es bei dem gemessenen Widerstand R_{yy} stets mit einer Mischung der Komponenten ρ_{yy} und ρ_{xx} zu tun. Bei fallender Temperatur wird ein immer größerer Anteil von ρ_{xx} beigemischt, der schließlich den Effekt in ρ_{yy} kompensiert und übertrifft. Bei den hier vorgenommenen Messungen bewegt man sich in einem Temperaturbereich, in dem das Umklappen erwartet wird und es konnten bei verschiedenen Experimenten tatsächlich sowohl Widerstandsmaxima als auch Widerstandsminima an den Flachbandpositionen beobachtet werden.

Bild 7.8 zeigt das Ergebnis zweier simultaner Magnetotransportmessungen bei aufgeprägter Längsstreifenmodulation und einer Temperatur von 400 mK. An einer breiten Stelle der verwendeten Hallbar können Kommensurabilitätsoszillationen gemessen werden, deren Maxima mit den Flachbandpositionen zusammenfallen, wie es von den ursprünglichen Theorien vorhergesagt wird. Im Unterschied zu Messungen mit Querstreifenmodulation sind die Oszillationen erwartungsgemäß schwächer ausgeprägt und nur bis zur sechsten oder siebten Ordnung sichtbar. An einer eingeschränkten Stelle der Hallbar lassen sich nur das erste und das zweite Oszillationsmaximum zweifelsfrei identifizieren. Alle weiteren Kommensurabilitätsoszillationen bei kleineren Feldern werden von den dominierenden Fokussierungsozillationen überlagert. Die Fokussierungsozillationen zeigen wiederum das bei tiefer Temperatur gewohnte Bild hoher Widerstandsmaxima mit überlagerter unregelmäßiger Feinstruktur. Bei diesem Belichtungsversuch wurde eine Modulationsperiode von $a = 525$ nm erzielt.

Hinweise auf die gesuchte modulationsbedingte signifikante Absenkung des Widerstands an der Mikrohallbar sind in Abbildung 7.8 dagegen nicht zu erkennen. Um dies noch einmal genauer zu untersuchen, ist in Abbildung 7.9 das Ergebnis eines weiteren Belichtungsversuchs an der selben Probe dargestellt, wobei bei einer etwas tieferen Temperatur von 200 mK eine noch stärkere Modulation erreicht werden konnte. Als Referenz ist eine Messung gegenübergestellt, die an der selben Mikrohallbar nach Löschung der Modulation, also nach homogener Vollbelichtung der Probe mit nur einem Laserstrahl, aufgezeichnet wurde. Bei der gewählten Temperatur befinden sich diesmal die Minima der Kommensurabilitätsoszillationen an den Flachbandpositionen. In der Messung bei vorhandener Modulation lassen sich mühe-

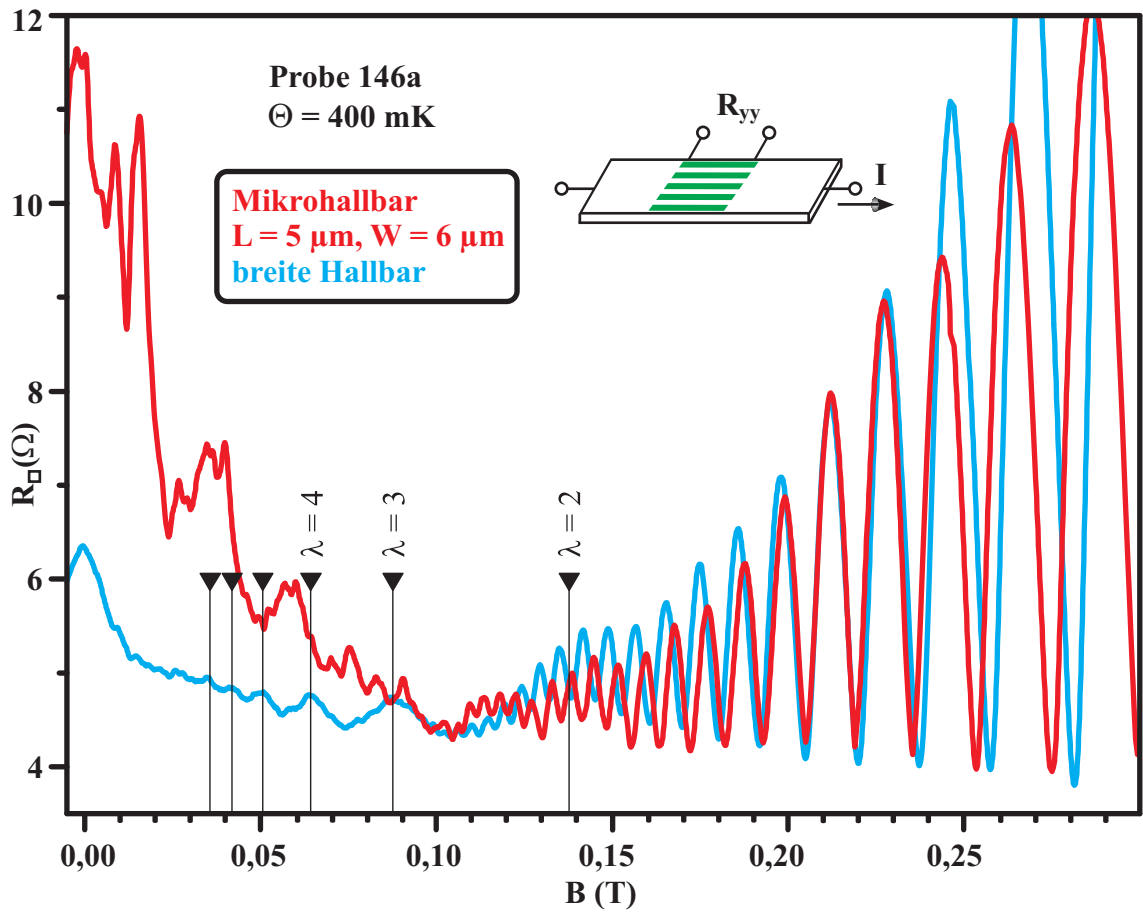


Abbildung 7.8: Magnetotransportexperiment mit aufgeprägter Längsmodulation an breiten Hallbars (blau) und an Mikrohallbars (rot) bei einer Temperatur von 400 mK. Die schwarzen Dreiecksymbole markieren die Flachbandpositionen für ein System mit Ladungsträgerdichte $n_s = 1,47 \cdot 10^{15}/\text{m}^2$ und der Modulationsperiode $a = 525 \text{ nm}$. An der breiten Hallbar sind sechs bis sieben Oszillationsmaxima an den Flachbandpositionen sichtbar, während an der eingeschränkten Stelle der Hallbar gerade mal die Maxima bei $\lambda = 1$ und $\lambda = 2$ zweifelsfrei zu erkennen sind. Die Beweglichkeit des Probenmaterials wurde an der uneingeschränkten Stelle zu $\mu = 6,7 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ bestimmt. Die Flachbandposition $\lambda = 1$ liegt außerhalb des gezeigten Bereichs.

los die ersten drei Oszillationsminima zuordnen. Sie verschwinden erwartungsgemäß nach Löschung der Modulation. Im interessanten Bereich kleinerer Magnetfelder erkennt man an den Fokussierungsozillationen jedoch nur wenig Veränderungen. Markante Minima und Maxima liegen deckungsgleich übereinander. Nur die überlagerte Feinstruktur weicht ein wenig voneinander ab. Dies verwundert nicht weiter, da die Belichtung zur Löschung der Modulation einen weiteren Anstieg der Ladungsträgerdichte um 10% bewirkte und somit die einhergehende Verschiebung der Fermienergie zu einer völlig neuen Konfiguration der Streuzentren im 2DES führen musste. Dies ist auch der Grund für die auffallende Veränderung der Periodizität der Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Insgesamt liegt der Widerstandsverlauf nach

Löschung der Modulation um 15 – 20 % niedriger als bei vorhandener Modulation. Dies wird zweifellos durch einen weiteren Anstieg der Beweglichkeit verursacht, wie es bei Freisetzung zusätzlicher Ladungsträger stets zu beobachten ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass an modulierten Systemen sicherlich noch weitergehende Untersuchungen nötig und auch möglich wären. Insbesondere bei höheren Temperaturen um 4 K wäre dies wünschenswert, da dort die regelmäßigeren Fokussierungsozillationen mit tief liegenden Minima auftreten können. Jedoch

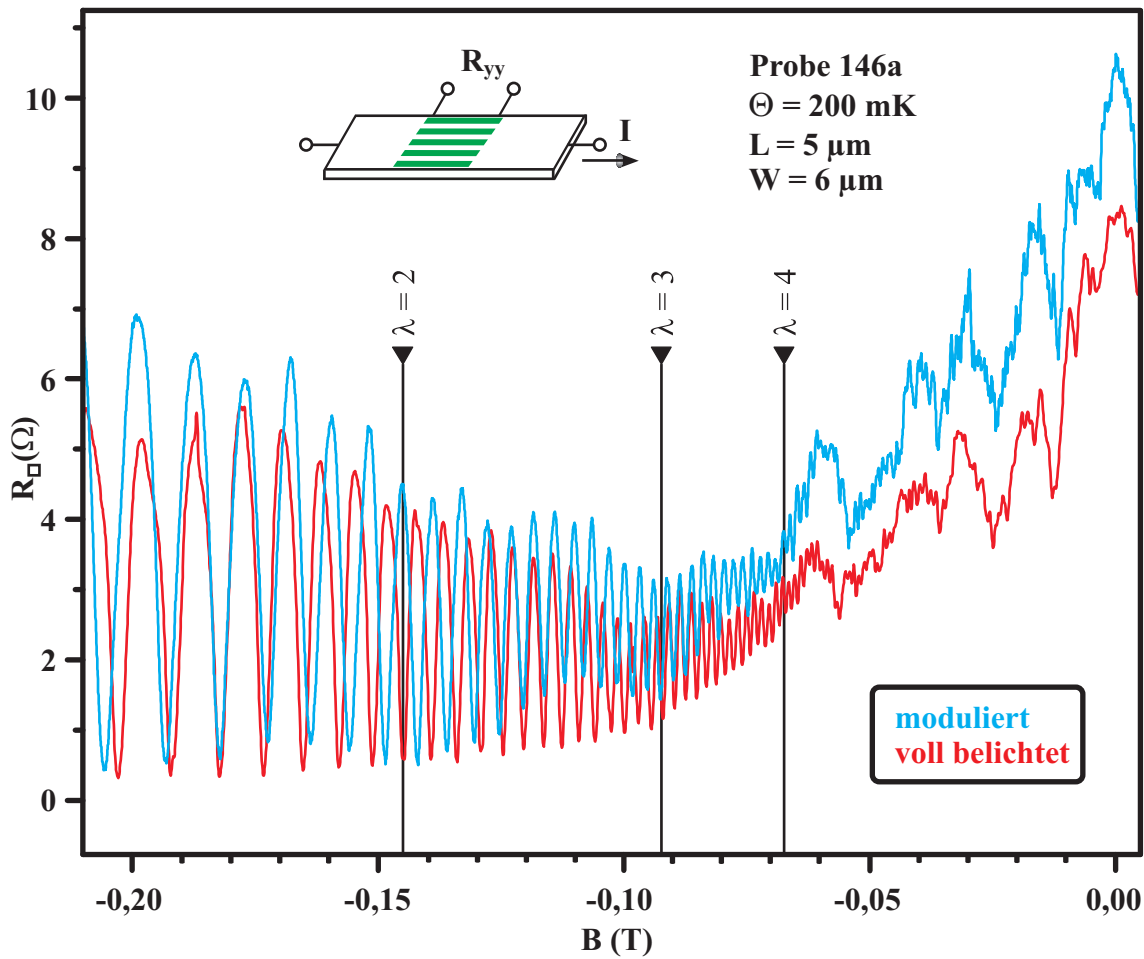


Abbildung 7.9: Magnetotransportexperiment an einer Mikrohallbar mit Längsmodulation (blau) und nach gelöschter Modulation (rot). Die schwarzen Dreiecksymbole beziehen sich hier auf die Flachbandpositionen für $a = 510$ nm bei einer dem modulierten System entsprechenden Ladungsträgerdichte von $n_s = 1,55 \cdot 10^{15}/\text{m}^2$. Bei der gewählten Temperatur von 200 mK treten an den Flachbandpositionen Oszillationsminima auf. Gut zu erkennen sind die Minima der blauen Kurve am Verlauf der Minima der Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Jedoch sind nur die ersten drei Minima sichtbar. Das bei $\lambda = 4$ zu erwartende Minimum geht bereits in den beginnenden Fokussierungsozillationen unter. Die bei kleinen Feldern dominierenden Fokussierungsozillationen verändern ihren Charakter bei Löschung der Modulation - bis auf eine durch gesteigerte Beweglichkeit bedingte Absenkung des Gesamtwiderstands - kaum.

wurde bei den vorliegenden allerersten Experimenten diesbezüglich keinerlei Hinweis darauf gefunden, dass man sich bei in Längsrichtung streifenförmig modulierten Mikrohallbars in Richtung widerstandslosen Stromflusses bewegen könnte.

Kapitel 8

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Magnetotransportuntersuchungen an zweidimensional leitfähigen Elektronensystemen von hoher Beweglichkeit bei kryogenen Temperaturen durchgeführt. Derartige Systeme zeichnen sich bei Messung magnetfeldabhängiger Widerstände an Hallbar Geometrien unter anderem durch das Auftreten des quantisierten Halleffekts im Hallwiderstand und die Shubnikov-de Haas-Oszillationen im Längswiderstand aus. Bei Aufprägung eines periodisch alternierenden Modulationspotenzials treten bei kleinen Magnetfeldern im Längswiderstand Kommensurabilitätsoszillationen auf. Zielsetzung war es, Messungen an derartigen modulierten Systemen auf das Regime ballistischen Transports auszudehnen. Von ballistischem Transport spricht man, sobald die Probenabmessungen deutlich kleiner als die mittlere freie Weglänge der Ladungsträger zwischen zwei Streuereignissen wird.

Das ballistische Transportregime wurde erreicht durch die Verwendung von extrem hochbeweglichen zweidimensionalen Elektronensystemen basierend auf GaAs/AlGaAs Heterostrukturen mit freien Weglängen bis zu $50\text{ }\mu\text{m}$ in Kombination mit Methoden der Mikro- und Nanostrukturierung mittels Elektronenstrahlolithographie. Es wurden besonders kleine Hallbar Strukturen, sogenannte Mikrohallbars, hergestellt, deren Kontaktabstände im Bereich weniger Mikrometer liegen. Die grundlegenden Materialeigenschaften der Mikrohallbars in Form von charakteristischen Streuzeiten wurden in einfachen Transportexperimenten bestimmt. Der Herstellungsprozess der Mikrohallbars wurde im Hinblick auf eine kleinstmögliche Beeinträchtigung der Materialeigenschaften durch die nötigen Ätzprozesse optimiert.

Bereits ohne aufgeprägte Modulationspotenziale wurden bei Messung des magnetfeldabhängigen Längswiderstandes an den Mikrohallbars völlig neuartige periodische Widerstandsoszillationen gefunden. Diese lassen sich als Fokussierungseffekt deuten. Minima im elektrischen Widerstand treten stets dann auf, wenn der Abstand der Spannungskontakte ein Vielfaches des Zyklotrondurchmessers beträgt. Der Hauptunterschied zum bekannten klassischen transversalen Fokussierungsexperiment liegt darin, dass die Widerstandsoszillationen an reinen Spannungskontakten gemessen werden, die selbst keinen Nettostrom tragen. In dieser Konfiguration galten Fokussierungsoszillationen bisher als ausgeschlossen.

Besonders stark ausgeprägte Oszillationen konnten bei Proben mit besonders hoher Beweglichkeit beobachtet werden. Hier wurden in den Minima besonders kleine Widerstände von teilweise deutlich unter $1\ \Omega$ beobachtet. Proben mit etwas niedrigerer Beweglichkeit zeichneten sich dagegen durch besonders hohe Widerstandsmaxima aus. Die Oszillationen sind temperaturbeständig bis hinauf zu etwa 10 K. Bei besonders tiefen Temperaturen unterhalb von 1 K verlieren sie ihren wohlgeformten, regelmäßig periodischen Charakter. Es treten starke, den Oszillationen überlagerte, Feinstrukturen auf. Die wesentlichen geometrischen Abhängigkeiten vom Kontaktabstand, von der Hallbarbreite und vom Kontaktdurchmesser wurden untersucht und lieferten klassisch durch das Vorhandensein von Zyklotronorbits zu deutende Ergebnisse. Ergänzend wurde das altbekannte transversale Fokussierungsexperiment an den Mikrohallbars vorgenommen. Dabei zeigten sich besonders stark ausgeprägte Widerstandsoszillationen, welche die hohe Qualität des verwendeten Probenmaterials widerspiegeln.

Begleitend zu den Messungen wurden am Institut für Dynamik und Selbstorganisation in Göttingen Simulationen durchgeführt, um das Zustandekommen der neuartigen Widerstandsoszillationen zu ergründen. Dabei wurde der Landauer-Büttiker-Formalismus zur Anwendung gebracht. Die Beschreibung des Ladungstransports im Landauer-Büttiker-Bild beruht auf der Angabe von Transmissionswahrscheinlichkeiten für Elektronen über die jeweilige Abfolge von ein oder mehreren Streuern hinweg. Der Formalismus eignet sich daher besonders gut zur Beschreibung elektrischer Transportphänomene in Systemen mit einer überschaubaren Anzahl von Streuzentren.

Bereits einfache Vorüberlegungen zu den Simulationen zeigten, dass im rein ballistischen Regime, also bei Abwesenheit jeglicher Streuprozesse, keinerlei Effekt zustandekommen kann. Zweifellos hat man es folglich mit einem Effekt zu tun, der im Übergangsbereich zwischen diffusem und ballistischem Transportregime angesiedelt sein muss. Durch die Mithereinnahme von Kleinwinkel Vorwärtstreuerungen, verursacht durch Stöße der Elektronen mit Erhebungen in einem räumlich statistisch fluktuierenden Unordnungspotenzial, welches durch die Coulombfelder der ionisierten Donatoren der Heterostruktur verursacht wird, gelang es, periodische Widerstandsoszillationen im Prinzip zu reproduzieren.

Leider erweist es sich in diesem Mischregime als unmöglich, das Zustandekommen des oszillierenden Widerstandes auf anschauliche Art und Weise durch klassische Prinzipien zu deuten, wie etwa dem Bild von Elektronen, welche sich entlang von Skipping Orbits am Rand der Hallbar fortbewegen, und dabei ungehindert zwischen den beiden Spannungskontakten propagieren können. Vielmehr hängt es empfindlich von den exakten Startbedingungen einer Elektronentrajektorie ab, welchen Kontakt der Hallbar ein an einem bestimmten anderen Kontakt injiziertes Elektron letztendlich erreicht.

Darüberhinaus wurden in dieser Arbeit zusätzliche Messungen an Mikrohallbars mit aufgeprägten eindimensional periodischen Modulationspotenzialen durchgeführt. Die Modulationspotenziale wurden mit der Methode der in-situ interferome-

trischen Belichtung realisiert. Dabei wird die Probe bei tiefer Temperatur mit einem streifenförmigen Interferenzmuster beleuchtet. Das elektrische Modulationspotential wird dabei durch die Coulombfelder der zusätzlich photoionisierten Donatoren in der Heterostruktur erzeugt.

Die ersten erfolgreichen Experimente in dieser Richtung brachten zu Tage, dass beide Effekte, sowohl die neuartigen Fokussierungssoszillationen, als auch die modulationsbedingten Kommensurabilitätsoszillationen bei tiefer Temperatur gleichzeitig vorhanden sein können. Dabei wurden insbesondere bei sehr kleinen Magnetfeldern die Kommensurabilitätsoszillationen von den starken Fokussierungssoszillationen dominiert. Eine darüber hinausgehende Veränderung des Charakters der Kommensurabilitätsoszillationen beim Übergang ins ballistische Regime wurde nicht festgestellt.

Anhang A: Wafermaterialien

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen fanden folgende Wafer Verwendung:

D040328A	10-10-89.1	5-82
Werner Wegscheider Universität Regensburg	Loren Pfeiffer Bell Labs, Murray Hill, New Jersey, USA	Vladimir Umansky Weizmann Institute, Rehovot, Israel
Probenserien 108, 109	Probenserien 136, 146	Probenserie 134
5 nm GaAs Cap 14 nm AlGaAs Barrier 15 nm AlGaAs:Si 75 nm AlGaAs Spacer 2DES in 109 nm Tiefe 1200 nm GaAs	17 nm GaAs Cap 200 nm AlGaAs:Si 80 nm AlGaAs Spacer 2DES in 297 nm Tiefe 1000 nm GaAs	2DES in 44 nm Tiefe

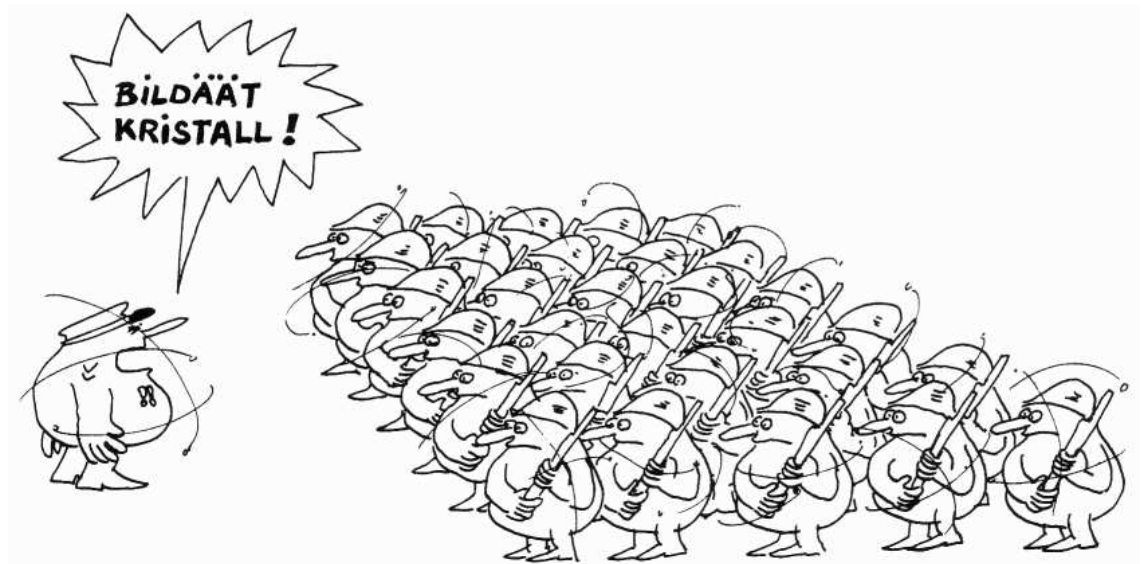


Abbildung A.1: Nur die Atomis wissen, was wirklich in der MBE passiert. Aus [81].

Anhang B: Prozessparameter

1. Strukturierung der Mesa

- Standardreinigung (3-stufiges Bad in Aceton, dazwischen mit Aceton spülen).
- Ca. 3 s HCl Dip (konzentriert), mit Reinwasser stoppen.
- Belacken auf zentrischer Schleuderscheibe mit ARP-3740. Schleuderparameter: 5s bei 3000 /min, 30s bei 6000 /min.
- 5 Minuten ausheizen bei 90°C.
- Maske für Mesa ca. 40 s belichten mit 275 W.
- Ca. 25 s entwickeln mit AR-300, im Verhältnis 1 : 3 mit Wasser verdünnt.
- Ätzlösung ansetzen: $\text{H}_2\text{O} : \text{Essigsäure} : \text{H}_2\text{O}_2 = 5 : 5 : 1$.
- Bei Ätzrate von ca. 5 nm/s z.B. 40 s ätzen für 200 nm Tiefe. Mit Reinwasser stoppen.
- Lack im Acetonbad entfernen.
- Ätztiefe am Dektak überprüfen.

2. Strukturierung der ohmschen Kontakte

- Wie gehabt reinigen, belacken mit ARP-3740 und ausheizen. HCl Dip nicht nötig.
- Maske für Kontakte wie vorher belichten und entwickeln.
- Aufdampfen vorbereiten: Gold und Germanium je nach gewünschter Schichtdicke im Gewichtsverhältnis 88:12 abwägen und zusammen in ein Schiffchen geben. Zweites Schiffchen (beschichtet) mit Nickel füllen.
- Ca. 5 s HCl Dip (konzentriert), mit Reinwasser stoppen und sofort in die Aufdampfanlage einbauen.
- Bei $5 \cdot 10^{-6}$ mbar erst AuGe (bei ca. 145 A), dann Ni (bei ca. 130 A) aufdampfen. Bei Nickel sehr langsam hochheizen.
- Liftoff im (warmen) Acetonbad durchführen.
- Unter Formiergasatmosphäre einlegieren: 120 s bei 350°C und 50 s bei 450°C.
- Kontaktqualität durch Aufnahme einer Kennline am Spitzenmessplatz prüfen.

- Eventuell erneut Maske mit Kontakten belichten und weitere Goldschicht (ca. 100-200 nm) mit ca. 10 nm Chrom als Haftvermittler darunter aufdampfen.

3. Strukturierung der Einschränkungen am Topcon REM

- Standardreinigung und Belacken auf zentrischer Schleuderscheibe mit PMMA 950k 4%. Schleuderparameter: 5 s bei 3000 /min, 30 s bei 8000 /min. Drei Tropfen Lack aus Pipette *vor* dem Schleudern und drei weitere Tropfen während des Beschleunigens von Stufe I auf II.
- 10 Minuten ausheizen bei 150°C.
- Sorgfältige Kontrolle mit dem Lichtmikroskop, ob an den neuralgischen Stellen keine Bläschen oder Unreinheiten im Lack vorhanden sind.
- ESL Parameter: Beschleunigungsspannung: 25 kV, Flächendosis: 135 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$, Pixelspacing: 5 nm, Spotsize: Stufe 5 – 6 (entspricht Stromstärke 20 – 50 pA).
- Ca. 100 s entwickeln in Mischung MIBK : Isopropanol = 1 : 3. Weitere 30 s in reinem Propanol entwickeln.
- Ca. 2 min ätzen in der RIE bei durchschnittlicher Ätzrate von 3,3 nm/s. RIE Parameter: Gasfluss: 11 sccm SiCl_4 , Druck: 40 mTorr, RF-Leistung: 50 W.
- Lack in ausgiebigem Acetonbad entfernen und Ätztiefe evtl. mit Dektak oder REM kontrollieren.



Abbildung B.1: Im Jahre 50 vor Christus musste man in Gallien sorgsam mit der Veröffentlichung von Patentrezepten sein. Aus [82].

Anhang C: Formelsammlung

Vom Standpunkt des Experimentalphysikers aus betrachtet ist es oft notwendig, während laufender Messungen bereits die wichtigsten Parameter der vermessenen Probe zu kennen. Da die formelmäßigen Zusammenhänge aber oft mit mehreren Naturkonstanten und hohen Zehnerpotenzen gespickt sind, führt das umständliche Tippen auf dem Taschenrechner oft zu verzweiflungsähnlichen Zuständen. Folgende Aufstellung erleichtert das physikalische Leben diesbezüglich ungemein:

- Ladungsträgerdichte aus der Periode der Shubnikov-de Haas-Oszillationen:

$$n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right] = \frac{0,4836}{\Delta \left(\frac{1}{B} \right)_{\text{sdH}} \left[\frac{1}{\text{T}} \right]} \quad (\text{C.1})$$

- Ladungsträgerdichte aus dem Anstieg des Hallwiderstands:

$$n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right] = \frac{6242}{\frac{dR_H}{dB} \left[\frac{\Omega}{\text{T}} \right]} \quad (\text{C.2})$$

- Fermiwellenlänge und Fermiwellenvektor aus der Ladungsträgerdichte:

$$\lambda_F [\text{nm}] = \frac{79,26}{\sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]}} \quad , \quad k_F \left[\frac{1}{\mu\text{m}} \right] = 79,27 \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.3})$$

- Fermienergie und Fermigeschwindigkeit aus der Ladungsträgerdichte:

$$E_F [\text{meV}] = 3,573 \cdot n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right] \quad , \quad v_F \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 139000 \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.4})$$

- Zyklotronfrequenz und Zyklotronradius bei bestimmtem Magnetfeld:

$$\omega_c \left[\frac{10^{12}}{\text{s}} \right] = 2,665 \cdot B [\text{T}] \quad , \quad R_c [\text{nm}] = \frac{52,17}{B [\text{T}]} \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.5})$$

- Magnetfeld und Hallwiderstand bei bestimmtem Füllfaktor:

$$B[\text{T}] = 4,136 \cdot \frac{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]}{\nu} \quad , \quad R_H[\text{k}\Omega] = \frac{25,813}{\nu} \quad (\text{C.6})$$

- Energetischer Abstand zweier Landauniveaus:

$$\hbar\omega_c[\text{meV}] = 1,755 \cdot B[\text{T}] \quad (\text{C.7})$$

- Thermische Energieunschärfe:

$$\Delta E_\Theta[\text{meV}] = 0,0862 \cdot \Theta[\text{K}] \quad (\text{C.8})$$

- Streuverbreiterung eines Landauniveaus:

$$\Gamma[\text{meV}] = \frac{0,3293}{\tau_s[\text{ps}]} \quad (\text{C.9})$$

- Beweglichkeit aus dem Nullfeldlängswiderstand:

$$\mu \left[10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \right] = \frac{62,42}{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right] \cdot R_{xx}(B=0)[\Omega]} \quad (\text{C.10})$$

- Transportstreuzeit aus der Beweglichkeit:

$$\tau_t[\text{ns}] = 0,182 \cdot \mu \left[10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \right] \quad (\text{C.11})$$

- Mittlere freie Weglänge aus Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte:

$$l_f[\mu\text{m}] = 5,218 \cdot \mu \left[10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \right] \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.12})$$

- Quantenstreuzeit aus der Steigung des Dingleplots:

$$\tau_s[\text{ps}] = \frac{-1,179}{\frac{d\left(\frac{\Delta R}{R_0 \cdot X}\right)}{d\left(\frac{1}{B}\right)} [\text{T}]} \quad (\text{C.13})$$

- Thermischer Korrekturfaktor im Dingleplot bei bestimmter Temperatur:

$$X = \frac{0,969 \cdot \frac{\Theta[\text{K}]}{B[\text{T}]}}{\sinh \left(0,969 \cdot \frac{\Theta[\text{K}]}{B[\text{T}]} \right)} \quad (\text{C.14})$$

- Phasenkohärenzlänge aus der Breite des Lokalisierungspeaks um $B=0$:

$$l_\varphi[\text{nm}] = \frac{2034}{\sqrt{B_{\text{lok}}[\text{mT}]}} \quad (\text{C.15})$$

- Zu erwartende Oszillationsperiode bei Fokussierungsexperimenten:

$$\Delta(B)_{\text{th}}[\text{mT}] = \frac{104,4}{L[\mu\text{m}]} \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.16})$$

- Obere und untere Grenze für das Auftreten von Fokussierungsozillationen:

$$B_{\text{o/u-krit}}[\text{mT}] = 104,3 \cdot \frac{\sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]}}{W/d[\mu\text{m}]} \quad (\text{C.17})$$

- Modulationsperiode aus Periodizität der Kommensurabilitätsoszillationen:

$$a[\text{nm}] = 104,4 \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \cdot \Delta \left(\frac{1}{B} \right)_{\text{KO}} \left[\frac{1}{\text{T}} \right] \quad (\text{C.18})$$

- Flachbandpositionen auf der Magnetfeldachse:

$$B[\text{T}] = \frac{104,35 \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]}}{a[\text{nm}] \cdot \left(\lambda - \frac{1}{4} \right)} \quad (\text{C.19})$$

- Modulationsstärke aus der Sättigung des positiven Magnetowiderstands:

$$V_0[\text{meV}] = 0,0218 \cdot a[\text{nm}] \cdot B_0[\text{T}] \cdot \sqrt{n_s \left[\frac{10^{15}}{\text{m}^2} \right]} \quad (\text{C.20})$$

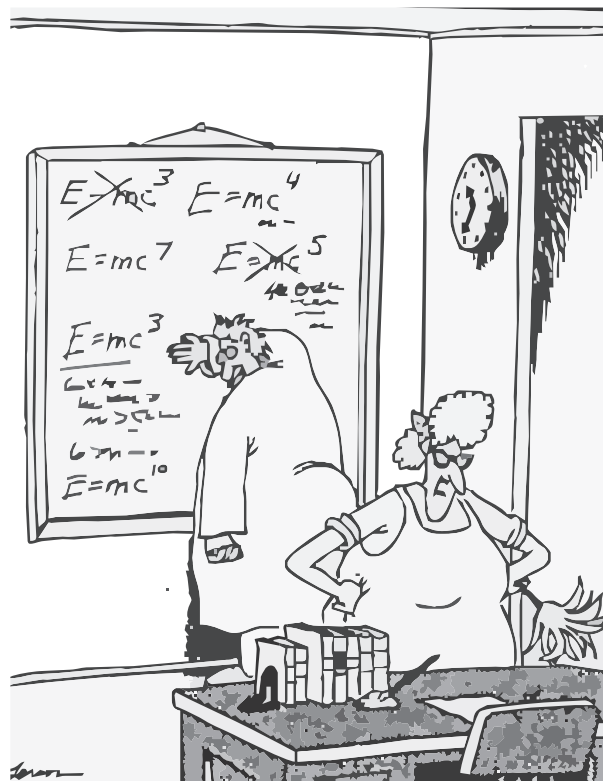
Anhang D: Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

\vec{A}	Magnetisches Vektorpotenzial
a	Periode eindimensionaler Modulationspotenziale
α	Eintrittswinkel von Elektronen bei Fokussierungsexperimenten
B	Betrag eines in z -Richtung liegenden Magnetfeldes
\vec{B}	Magnetfeld
B_0	Sättigungsfeld des positiven Magnetowiderstands in R_{xx}
B_{lok}	Feldstärke bei Zusammenbruch der schwachen Lokalisierung
$B_{\text{o-krit}}$	Oberes kritisches Magnetfeld bezüglich Kontaktbreite
$B_{\text{u-krit}}$	Unteres kritisches Magnetfeld bezüglich Hallbarbreite
B_z	Magnetfeldkomponente senkrecht zum 2DES
$\Delta(B)$	Oszillationsperiode bei Fokussierungsexperimenten
$\Delta(B)_{\text{th}}$	Theoretisch zu erwartende Fokussierungsozillationsperiode
$\Delta\left(\frac{1}{B}\right)_{\text{KO}}$	Periodizität von Kommensurabilitätsoszillationen
$\Delta\left(\frac{1}{B}\right)_{\text{SdH}}$	Shubnikov-de Haas Oszillationsperiode
β	Einfallswinkel der Laserstrahlung auf der Probenoberfläche
c	Substituent in der Lösung der Schrödingergleichung
D	(Energetische) Zustandsdichte
d	Strukturierte Potenzialsondenbreite von Hallbars
d_{eff}	Effektive Potenzialsondenbreite abzüglich der Verarmungszonen
Δ	Versatz zwischen benachbarten Strukturelementen bei der ESL
E	Energie allgemein
E_C	Leitungsband Unterkante
E_F	Fermienergie
E_G	Gapenergie, Bandlücke von Halbleitern
E_n	Energie des n -ten Landauniveaus
E_S	Subbandenergie im Quantentopf
E_V	Valenzband Oberkante
\vec{E}	Elektrisches Feld
ΔE_{Θ}	Thermische Energieunschärfe
e	Elementarladung; $e = 1,60218 \text{ As}$
F^+, F^-	Quasiferminiveaus für nach $+x$ / $-x$ propagierende Zustände

f^+, f^-	Verteilungsfunktionen für in $+x$ / $-x$ -Richtung laufende Zustände
\vec{F}_L	Lorentzkraft
Φ	Eigenfunktion des harmonischen Oszillators
ϕ	Streuwinkel
\mathbf{G}	Matrix der Leitfähigkeitskoeffizienten
G	Gesamtleitwert
G_k	Kontaktleitwert
G_{pq}	Leitfähigkeitskoeffizienten
g	Landéfaktor
g_s	Spinentartungsfaktor
Γ	Energetische Breite eines streuverbreiterten Landauniveaus
γ	Neigungswinkel der Laserspiegel im Probenstab
\mathbf{H}	Hamiltonoperator
H_n	n -tes Hermitepolynom
h	Plancksches Wirkungsquantum; $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ Js, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
I	Elektrische Stromstärke
I_i	Injektorstrom beim transversalen Fokussierungsexperiment
I_p	Strom in den Kontakt p hinein
i	Oszillationsindex bei Fokussierungsexperimenten
\vec{j}	Elektrische Stromdichte
k	Betrag des Wellenvektors
k_B	Boltzmann Konstante; $k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23}$ J/K
k_F	Betrag des Fermiwellenvektors
k_x, k_y	Wellenvektorkomponenten in x - und y -Richtung
L	Hallbarlänge
L_x, L_y	Gesamtausdehnung eines 2DES in x - und y -Richtung
l_f	Mittlere freie Weglänge
l_φ	Phasenkohärenzlänge
Λ	Laserwellenlänge für in-situ interferometrische Belichtung
λ	Index von Kommensurabilitätsoszillationen
λ_F	Fermiwellenlänge
M	Gesamtanzahl von Moden
m^*	Effektive Elektronenmasse; $m^*(\text{GaAs}) = 6,0122 \cdot 10^{-32}$ kg
m_e	Elektronenruhemasse; $m_e = 9,10939 \cdot 10^{-31}$ kg
μ	Beweglichkeit
μ_B	Bohrsches Magneton; $\mu_B = 9,27402 \cdot 10^{-24}$ J/T
μ_{ch}	Chemisches Potenzial
N	Gesamtanzahl von Ladungsträgern
N_L	Entartungsgrad eines Landauniveaus
n	Energieniveauindex transversaler Moden; meist Landauniveauindex
n_L	Ladungsträgerdichte pro Längeneinheit
n_s	Ladungsträgerdichte (pro Flächeneinheit)

ν	Füllfaktor
ω_0	Fitparameter für Einschlusspotenzial V_{Rand}
ω_c	Zyklotronfrequenz
\vec{p}	Impuls
p, q	Indizes für Kontakte
Ψ	Wellenfunktion
Q	Winkelabhängige Streuwahrscheinlichkeit
R_0	hypothetischer Längswiderstand ohne SdH-Oszillationen
R_c	Zyklotronradius
R_g	Gesamtwiderstand einer Probe einschließlich Kontaktwiderstand
R_H	Hallwiderstand
R_k	Kontaktwiderstand
R_{pq}	Widerstand zwischen den Kontakten p und q
R_s	Streuwiderstand
R_{xx}	Längswiderstand allgem. u. bei 1D Modulation senkr. zum Strom
R_{yy}	Längswiderstand bei 1D Modulation parallel zur Stromrichtung
R_{\square}	Quadratwiderstand
ΔR	Amplitude eines Shubnikov-de Haas Extremums
r	Krümmungsradius von ESL/RIE-strukturierten Ecken
ρ	Widerstandstensor
ρ_{ij}	Komponenten des Widerstandstensors
s	Spinquantenzahl
σ	Leitfähigkeitstensor
σ_{ij}	Komponenten des Leitfähigkeitstensors
T	Transmissionswahrscheinlichkeit
\bar{T}_{qp}	Gesamttransmissionswahrscheinlichkeit von Kontakt p nach q
t	Zeit
τ_s	Quantenstreuzeit
τ_t	Transportstreuzeit
Θ	Temperatur
U	Elektrische Spannung
U_c	Kollektorspannung beim transversalen Fokussierungsexperiment
U_g	Gesamtspannungsabfall an der Probe einschließlich den Kontakten
U_H	Hallspannung
U_k	Spannungsabfall an den Kontakten
U_p	Spannung am Kontakt p
U_s	Spannungsabfall an einem Streuer
U_{xx}	Längsspannung
V	Modulationspotenzial
V_0	Amplitude des Modulationspotenzials
V_e	Potenzial eines einzelnen Donatoratoms
V_{Rand}	Einschlusspotenzial am Rand einer Hallbar

$V_{\text{Unordnung}}$	Räumlich statistisch fluktuierendes Unordnungspotenzial
v	Geschwindigkeit von Ladungsträgern allgemein
v_D	Mittlere Driftgeschwindigkeit der Elektronen
v_F	Fermigeschwindigkeit
v_x, v_y	Geschwindigkeitskomponenten in x - und y -Richtung
W	Hallbarbreite
X	Temperaturabhängiger Dämpfungsfaktor der SdH-Oszillationen
x_{Al}	Aluminiumkonzentration im AlGaAs
x, y, z	Kartesische Raumkoordinaten
y_k	Zentrumskoordinate
z_0	Abstand der Dotierschicht zum 2DES (Spacerdicke)



"Now that desk looks better. Everything's squared away, yessir, squaaaaaaared away."

Abbildung D.1: Der Physiker sollte sich Hilfsmittel zurechtlegen, um stets die richtigen Formeln zur rechten Zeit zur Hand zu haben. Aus [83].

Literaturverzeichnis

- [1] J. Gagarin: *Der Weg in den Kosmos*, Verlag für fremdsprachige Literatur, Moskau (1961)
- [2] Энциклопедия Космонавтика (Kosmonautische Enzyklopädie): <http://www.cosmoworld.ru/spaceencyclopedia/gagarin> (letzter Zugriff: 12.04.2008)
- [3] *Encyclopedia Astronautica*: <http://www.astronautix.com> (letzter Zugriff: 12.04.2008)
- [4] K. von Klitzing, G. Dorda und M. Pepper: *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980)
- [5] D. Weiss, K. von Klitzing, K. Ploog und G. Weizmann: *Magnetoresistance Oscillations in a Two-Dimensional Electron Gas Induced by a Submicrometer Periodic Potential*, Europhys. Lett. **8**, 179 (1989)
- [6] R. Mani, J. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W. Johnson und V. Umansky: *Zero-resistance states induced by electromagnetic-wave excitation in GaAs/AlGaAs heterostructures*, Nature **420**, 646 (2002)
- [7] I. Kukushkin, J. Smet, V. Falko, K. von Klitzing und K. Eberl: *Geometrical commensurability oscillations in the magnetoresistance of a two-dimensional electron gas under microwave irradiation*, Phys. Rev. B **66**, 121306 (2002)
- [8] M. Herman und H. Sitter: *Molecular Beam Epitaxy - Fundamentals and Current Status*, Axel Springer Verlag, Berlin (1996)
- [9] T. Ando, A. Fowler und F. Stern: *Electronic properties of 2D systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982)
- [10] S. Datta: *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Harvard University Press, Cambridge (2003)
- [11] H. Störmer: *Electron Mobilities in Modulation-Doped GaAs-(AlGa)As Heterostructures*, Surf. Sci. **132**, 519 (1983)

- [12] S. Noh, J. Lee, J. Hwang, G. Ihm und K. Yoo: *Effects of spacer layer in modulation-doped GaAs/AlGaAs heterostructures on a localization in quantized Hall resistance*, J. Appl. Phys. **71**, 5976 (1992)
- [13] Persönliche Mitteilung von Dipl. Phys. U. Wurstbauer, MBE Arbeitsgruppe Prof. Dr. W. Wegscheider, Universität Regensburg
- [14] J. Harris, J. Pals und R. Woltjer: *Electronic transport in low-dimensional structures*, Rep. Prog. Phys. **52**, 1217 (1989)
- [15] J. Harrang, R. Higgins, R. Goodall, P. Jay, M. Laviron und P. Delescluse: *Quantum and classical mobility determination of the dominant scattering mechanism in the two-dimensional electron gas of an AlGaAs/GaAs heterojunction*, Phys. Rev. B **32**, 8126 (1985)
- [16] L. Onsager: *Reciprocal Relations in Irreversible Processes*, Phys. Rev. **38**, 2265 (1931)
- [17] H. Casimir: *On Onsager's Principle of Microscopic Reversibility*, Rev. Mod. Phys. **17**, 343 (1945)
- [18] P. Drude: *Zur Elektronentheorie der Metalle*, Ann. Phys. **1**, 566 (1900)
- [19] H. Ibach und H. Lüth: *Festkörperphysik*, Axel Springer Verlag, Berlin (2002)
- [20] R. Landauer: *Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction*, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957)
- [21] D. Stone und A. Szafer: *What is measured when you measure a resistance? - The Landauer formula revisited*, IBM J. Res. Dev. **32**, 384 (1988)
- [22] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer und S. Pinhas: *Generalized many-channel conductance formula with application to small rings*, Phys. Rev. B **31**, 6207 (1985)
- [23] M. Büttiker: *Four-Terminal Phase-Coherent Conductance*, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986)
- [24] C. Beenakker und H. van Houten: *Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures*, Solid State Physics **44**, Academic Press, San Diego (1991)
- [25] I. Bronstein und K. Semendjajew: *Teubner Taschenbuch der Mathematik*, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart (1996)
- [26] R. Prange und S. Girvin (Herausgeber): *Graduate Texts in Contemporary Physics: The Quantum Hall Effect*, Axel Springer Verlag, Berlin (1987)

- [27] W. Schmidt und F. Bechstedt: *Geometry and electronic structure of GaAs(001) (2×4) reconstructions*, Phys. Rev. B **54**, 16742 (1996)
- [28] J. Davis und I. Larkin: *Theory of potential modulation in lateral surface superlattices*, Phys. Rev. B **49**, 4800 (1994)
- [29] H. van Houten, B. van Wees, J. Mooij, C. Beenakker, J. Williamson und C. Foxon: *Coherent Electron Focussing in a Two-Dimensional Electron Gas*, Europhys. Lett. **5**, 721 (1988)
- [30] L. van der Pauw: *A Method of Measuring the Resistivity and Hall Coefficient on Lamellae of Arbitrary Shape*, Philips Tech. Rev. **20**, 220 (1959)
- [31] S. Mehta, R. Muralidharan, G. Sharda und R. Jain: *Some investigations on oval defects in MBE-grown GaAs*, Semicond. Sci. Technol. **7**, 635 (1992)
- [32] M. Habl: *Berechnung und Tunnelspektroskopie der Landau-Bandstruktur zweier lateral gekoppelter Quanten-Hall-Systeme mit variablem Fermi-Niveau*, Dissertation Universität Regensburg (2006)
- [33] M. Tyagi: *Electrical Properties of Metal-GaAs Schottky Barriers*, Surf. Sci. **64**, 323 (1977)
- [34] U. Graumann: *Ohmsche Kontakte zu zweidimensionalen Elektronensystemen*, Internes Schriftstück des Max-Planck-Instituts für Festkörperforschung, Stuttgart (1998)
- [35] D. Widmann, H. Mader und H. Friedrich: *Technologie hochintegrierter Schaltungen*, Axel Springer Verlag, Berlin (1996)
- [36] W. Menz und P. Bley: *Mikrosystemtechnik für Ingenieure*, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim (1993)
- [37] K. Choi, D. Tsui und K. Alavi: *Experimental determination of the edge depletion width of the two-dimensional electron gas in GaAs/Al_xGa_{1-x}As*, Appl. Phys. Lett. **50**, 110 (1987)
- [38] Y. Takagaki, T. Kosugi, K. Gamo, S. Namba und K. Murase: *Effect of low-temperature photoconduction on the depletion width in GaAs-AlGaAs wire*, Semicond. Sci. Technol. **5**, 634 (1990)
- [39] J. Scofield: *A Frequency Domain Description of a Lock-in Amplifier*, Am. J. Phys. **62**, 129 (1994)
- [40] S. van Sciver: *The International Cryogenics monograph series: Helium Cryogenics*, Plenum Press, New York (1986)

- [41] F. Herlach und N. Miura: *High Magnetic Fields - Science and Technology*, World Scientific Publishing, Singapur (2003)
- [42] D. Tsui, H. Störmer und A. Gossard: *Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982)
- [43] P. Coleridge, R. Stoner und R. Fletcher: *Low-field transport coefficients in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs heterostructures*, Phys. Rev. B **39**, 1120 (1989)
- [44] P. Coleridge: *Small-angle scattering in two-dimensional electron gases*, Phys. Rev. B **44**, 3793 (1991)
- [45] C. Mitzkus: *Transportuntersuchungen an dichtemodulierten zweidimensionalen Elektronensystemen*, Dissertation Universität Regensburg (2005)
- [46] M. Roukes, A. Scherer, S. Allen, H. Craighead, R. Ruthen, E. Beebe und J. Harbison: *Quenching of the Hall Effect in a One-Dimensional Wire*, Phys. Rev. Lett. **59**, 3011 (1987)
- [47] H. van Houten, C. Beenakker, J. Williamson, M. Broekaart, P. van Loosdrecht, B. van Wees, J. Mooij, C. Foxon und J. Harris: *Coherent electron focusing with quantum point contacts in a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. B **39**, 8556 (1989)
- [48] K. Aidala, R. Parrot, T. Kramer, E. Heller, R. Westervelt, M. Hanson und A. Gossard: *Imaging magnetic focusing of coherent electron waves*, Nature Physics **3**, 464 (2007)
- [49] C. Ford, T. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, D. Peacock, D. Ritchie, J. Frost und G. Jones: *Vanishing Hall voltage in a quasi-one-dimensional GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterojunction*, Phys. Rev. B **38**, 8518 (1988)
- [50] C. Ford, S. Washburn, M. Büttiker, C. Knoedler und J. Hong: *Influence of Geometry on the Hall Effect in Ballistic Wires*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2724 (1989)
- [51] S. McPhail, C. Yasin, A. Hamilton, M. Simmons, E. Linfield, M. Pepper, D. Ritchie: *Weak localization in high-quality two-dimensional systems*, Phys. Rev. B **70**, 245311 (2004)
- [52] S. Washburn und R. Webb: *Quantum transport in small disordered samples from the diffusive to the ballistic regime*, Rep. Prog. Phys. **55**, 1311 (1992)
- [53] P. Lee, A. Stone und H. Fukuyama: *Universal conductance fluctuations in metals: Effects of finite temperature, interactions and magnetic field*, Phys. Rev. B **35**, 1039 (1987)

- [54] J. Smet, D. Weiss, R. Blick, G. Lütjering, K. von Klitzing, R. Fleischmann, R. Ketzmerick, T. Geisel und G. Weimann: *Magnetic Focusing of Composite Fermions through Arrays of Cavities*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2272 (1996)
- [55] R. Fleischmann und T. Geisel: *Mesoscopic Rectifiers Based on Ballistic Transport*, Phys. Rev. Lett. **89**, 016804-1 (2002)
- [56] K. Bröking: *Transport in Micro-Hallbars*, Diplomarbeit, Georg-August-Universität Göttingen (2006)
- [57] S. Shaw: *Propagation in Smooth Random Potentials*, Dissertation Harvard University, Cambridge (2002)
- [58] L. Landau und E. Lifschitz: *Lehrbuch der theoretischen Physik, Band IX: Statistische Physik, Teil 2*, Akademie Verlag, Berlin-Ost (1980)
- [59] K. Bröking: *Transport in Micro-Hallbars*, Vortrag an der Universität Regensburg am 10.01.2008
- [60] R. Gerhardts, D. Weiss und K. von Klitzing: *Novel Magnetoresistance Oscillations in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1173 (1989)
- [61] R. Winkler, J. Kotthaus und K. Ploog: *Landau-Band Conductivity in a Two-Dimensional Electron System Modulated by an Artificial One-Dimensional Superlattice Potential*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1177 (1989)
- [62] C. Albrecht: *Quantenmechanische Transporteffekte in kurzperiodischen lateralen Übergittern*, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart (2000)
- [63] S. Zwerschke: *Elektronendynamik und -transport zweidimensionaler Übergittersysteme im Magnetfeld*, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart (2001)
- [64] W. Breuer, D. Weiss und V. Umansky: *Commensurability effects in two-dimensional electron gases with periodically arranged Ni and NiFe nanopillars*, Physica E **12**, 216 (2002)
- [65] A. Lorke, J. Kotthaus und K. Ploog: *Coupling of Quantum Dots on GaAs*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2559 (1990)
- [66] I. Larkin, J. Davis, A. Long und R. Cuscó: *Theory of potential modulation in lateral surface superlattices. II. Piezoelectric effect*, Phys. Rev. B **56**, 15242 (1997)

- [67] J. Davis, D. Petticrew und A. Long: *Theory of potential modulation in lateral surface superlattices. III. Two-dimensional superlattices and arbitrary surfaces*, Phys. Rev. B **58**, 10789 (1998)
- [68] D. Weiss, M. Roukes, A. Menschig, P. Grambow, K. von Klitzing und G. Weimann: *Electron Pinball and Commensurate Orbits in a Periodic Array of Scatterers*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2790 (1991)
- [69] R. Fleischmann, T. Geisel und R. Ketzmerick: *Magnetoresistance Due to Chaos and Nonlinear Resonances in Lateral Surface Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1367 (1992)
- [70] C. Zhang und R. Gerhardts: *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation*, Phys. Rev. B **41**, 12850 (1990)
- [71] C. Beenakker: *Guiding Center Drift Resonance in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2020 (1989)
- [72] P. Beton, M. Dellow, P. Main, E. Alves, L. Eaves, S. Beaumont und C. Wilkinson: *Magnetic breakdown of a two-dimensional electron gas in a periodic potential*, Phys. Rev. B **43**, 9980 (1991)
- [73] D. Chadi und K. Chang: *Theory of the Atomic and Electronic Structure of DX Centers in GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$ Alloys*, Phys. Rev. Lett. **61**, 873 (1988)
- [74] D. Chadi und K. Chang: *Energetics of DX-center formation in GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$ alloys*, Phys. Rev. B **39**, 10063 (1989)
- [75] W. Kangler: *In situ interferometrische Belichtung mittels optischer Fasern*, Diplomarbeit, Universität Regensburg (2001)
- [76] A. Mirlin, E. Tsitsishvili und P. Wölffe: *Magnetotransport in lateral superlattices with small angle impurity scattering: Low-field magnetoresistance*, Phys. Rev. B **64**, 125319 (2001)
- [77] S. Zwerschke, A. Manolescu und R. Gerhardts: *Planar cyclotron motion in unidirectional superlattices defined by strong magnetic and electric fields: Traces of classical orbits in the energy spectrum*, Phys. Rev. B **60**, 5536 (1999)
- [78] T. Feil: *Anisotropien im Magnetowiderstand zweidimensionaler modulierter 2D-Elektronengase*, Diplomarbeit, Universität Regensburg (2003)
- [79] C. Mitzkus, W. Kangler, D. Weiss, W. Wegscheider und V. Umansky: *Anomalous temperature dependence of commensurability oscillations in one- and two-dimensional lateral superlattices*, Physica E **12**, 208 (2002)

-
- [80] K. Gornyi und A. Mirlin: *Interaction-induced magnetoresistance in a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. B **69**, 045313 (2004)
 - [81] P. Evers: *Die wundersame Welt der Atome - 10 Jahre in den Physikalischen Blättern*, Wiley-VCH Verlag GmbH, Berlin (2002)
 - [82] R. Goscinny und A. Uderzo: *Asterix Band I: Asterix der Gallier*, Ehapa Verlag, Stuttgart (1968)
 - [83] G. Larson: *The Far Side Gallery, Band 1*, Little/Brown Book Group, London (1993)

Ein herzliches Dankeschön...

- an Prof. Dr. Dieter Weiss für das mir entgegengebrachte Vertrauen, für die Zeit und Geduld, die er für Besprechungen mit mir opferte, für pünktlich verlängerte Arbeitsverträge und für so manches bei Weihnachtsfeiern und Betriebsausflügen ausgegebene Bier!
- an Dipl. Phys. Kai Bröking und Dr. Ragnar Fleischmann vom Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation in Göttingen für die spannende und professionelle Zusammenarbeit und zwei interessante Vorträge in Regensburg.
- an Dr. Christian „Mitzi“ Mitzkus für die vielen lieb gemeinten Zurechtweisungen. Mit deiner souveränen Art warst du mir stets ein großes Vorbild!
- an Prof. Dr. Klaus Richter in seiner Eigenschaft als Sprecher des Graduiertenkollegs 638 der Deutschen Forschungsgemeinschaft für meine Aufnahme im Kolleg und sein Interesse an meiner Arbeit.
- an die Mitarbeiter der MBE Arbeitsgruppe in Regensburg, besonders Dr. Dieter „Didi“ Schuh und Dipl. Phys. Ursula Wurstbauer für die problemlose Versorgung mit hochbeweglichen 2DEGs und Informationen aller Art.
- an Ulrike Waizmann und Dr. Martin Geisler vom Max-Planck-Institut für Festkörperforschung in Stuttgart, die mir insbesondere in der Anfangszeit mit Rat und Tat etwas auf die Sprünge halfen.
- an Prof. Dr. Markus Büttiker von der Universität Genf für ein kleines Bisschen seiner wertvollen Zeit, das er bereit war zu opfern, um einen fachmännischen Blick auf meine Messungen zu werfen.
- an Dr. Tobias Kramer von der Harvard University, Cambridge, Massachusetts für sein spontanes Interesse an meiner Arbeit und die Bereitschaft, weiterführende Simulationen durchzuführen.
- an Dipl. Phys. Daniel „Struppi“ Neumaier, der es nie versäumte die neuesten Papers zuverlässig auf diverse Schreibtische zu verteilen.

- an meine Bürokollegen Dr. Michael Huber und Dr. Matthias Döppe sowie alle anderen Kollegen, insbesondere Dipl. Phys. Markus Schlapps, Dipl. Phys. Uli Stöberl, Dipl. Phys. Christian Betthausen und Dipl. Phys. Anton Vogl für die oft lustige gemeinsame Zeit, Korrekturarbeiten und alle erdenklichen Hilfen.
- an Claudia Rahm, Elke Haushalter, Cornelia Deinhardt, Dipl. Ing. Uli Gürster und das übrige technische Personal für die große Hilfsbereitschaft und die problemlose Zusammenarbeit.
- an meine liebe Frau Sandra für ihren fortwährenden Zuspruch und die Korrekturarbeiten an dieser Arbeit.
- an meine Eltern Paula und Alois, die sich stets für ihren Sohn aufzuopfern bereit waren und sind.
- last but not least an meinen alten Kameraden Dipl. Ing. Andre Maier für seine fachliche und private Unterstützung in jeder Hinsicht. Anker wirf!